

## איך המוח תופס מספרים רב-ספרתיים?

תקציר-סכתא של המאמר "How do we convert numbers into finger trajectories?", מאת דרור דותן וסטניסלס דהאן

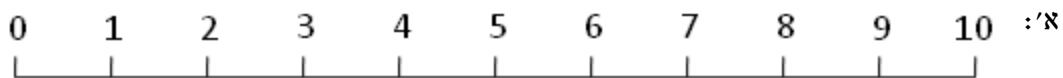
איך אנחנו מבינים מספרים רב-ספרתיים, כמו 42?

המוח מייצג מספרים בשלוש דרכים: בתור ספרות ("3"), בתור מילים ("שלוש"), ובתור כמות (♦♦♦), שאינה כמות מדוייקת אלא אומדן (נסו למשל לאמוד במהירות כמה מילים יש בעמוד הזה, בלי לספור שום דבר). לייצוג הכמותי של מספרים חשיבות רבה, כיוון שהוא זה שמאפשר לנו להבין עד כמה גדול המספר שאנו עוסקים בו.

קיימים במוח מנגנונים ספציפיים לטיפול בכל אחד משלושת הייצוגים של מספרים. פגיעה נוירולוגית במנגנון מסוים עלולה לפגוע ביכולות עליהן אותו מנגנון אחראי. לדוגמה: אם אצל ילד מסוים נפגע האזור במוח שמייצג מספרים בתור מילים, לאותו ילד יהיה קשה לומר מספרים או להבין אותם משמיעה. ילד אחר, שנפגע אצלו האזור במוח שמטפל בכמויות, יוכל אולי לקרוא ולכתוב מספרים אבל לא יבין איזו כמות הם מייצגים. על שני הילדים האלה ניתן לומר שהם סובלים מדיסקלקוליה, לקות למידה בחשבון, אך לכל אחד מהם יש דיסקוליה מסוג שונה, עם מאפיינים שונים.

אחד התהליכים המעניינים בהקשר זה הוא האופן בו המוח "מתרגם" מספרים מהייצוג הספרתי לייצוג הכמותי. התהליך הזה מעניין כיוון שהוא מאד שימושי: פעמים רבות אנו נתקלים במספר הכתוב בספרות, ועלינו להבין כמה הוא גדול (בעצם, להבין את משמעותו). גם המחקר עליו אספר כאן עסק בתהליך ההמרה מספרות לכמות, אך לפני שאספר עליו אני רוצה להסביר איך נהוג לחקור את התהליך הזה (המרה מספרות לכמות). אחת השיטות המקובלות לכך היא מטלה שנקראת "מיפוי מספר למקום": הנבדק מקבל דף עם קו שמייצג ציר מספרים מ-0 עד 10, ומתבקש לסמן – בלי למדוד – איפה לדעתו צריך להיות המספר 7. מקובל להניח שהמוח שלו יעבוד בשני שלבים: קודם הוא יתרגם את המספר 7 לכמות, ואת הכמות יתרגם למקום על ציר המספרים. משום כך, כאשר מנתחים איפה הנבדק מסמן את 7 על ציר המספרים, ניתן להבין בעקיפין איך המוח שלו תירגם את המספר 7 לכמות. כמובן שכדי לקבל תמונה מלאה לא מבקשים מהנבדק לסמן רק את המקום של 7, אלא של כל המספרים בין 0 ל-10. בנוסף, על מנת להימנע מטעויות מקריות, מציגים כל מספר כמה פעמים, ומתייחסים למקום הממוצע בו סומן כל המספר.

מה נצפה שהנבדקים יעשו במטלה כזאת? מן הסתם, נצפה מהם לייצר ציר מספרים פחות או יותר "רגיל", כמו זה שלמדנו בביה"ס (תרשים 1 א'). ובאמת זה מה שהם עושים — אבל רק אם הם מבוגרים מספיק. אצל ילדים צעירים, בכיתות א'-ב', לפעמים אפשר לראות ציר קצת יותר דומה לתרשים 1 ב':



תרשים 1: ציר מספרים ליניארי (א) לעומת לוגריתמי (ב)

שימו לב שציר ב' אינו סתם קשקוש – הוא פשוט בנוי לפי היגיון קצת אחר. בציר א' (ציר ליניארי) המרחק בין שני מספרים תלוי בהפרש ביניהם: המרחק בין 1 ל-2 זהה למרחק בין 8 ל-9, כיוון שבשני המקרים מדובר באותו הפרש בין המספרים. בציר ב' (ציר לוגריתמי) המרחק בין שני מספרים תלוי ביחס ביניהם: המרחק בין 1 ל-2 זהה למרחק בין 3 ל-6 ולמרחק בין 4 ל-8, כיוון שהיחס בין כל זוגות המספרים האלה הוא 2:1. אז למה ילדים צעירים מבצעים את מטלת "מיפוי מספר למקום" בהתאם לציר ב', הלוגריתמי? כנראה כי תפיסת הכמות שלהם מבוססת על היחס בין מספרים ולא על ההפרש ביניהם. ולמה תפיסת הכמות של ילדים צעירים מבוססת על יחס ותפיסת הכמות של

מבוגרים מבוססת על הפרש? אחת ההשערות היא שאנחנו נולדים עם תפיסת כמות שמבוססת על יחס, אבל בביה"ס מלמדים אותנו שחשוב להתייחס להפרש בין המספרים ולא ליחס ביניהם, אז המוח שלנו מתאים את עצמו. יש מחקר נחמד שתומך בהשערה הזאת: בדקו מבוגרים שלא למדו חשבון (משבט דרום-אמריקאי נידח), וגילו שגם הם, כמו ילדים צעירים, תופסים כמויות לפי יחס ולא לפי הפרש.

ועכשיו, סוף סוף – למחקר שלנו. המחקר שלנו עסק בתהליך ההמרה של מספרים הכתובים בספרות לייצוג הכמותי שלהם, והתמקד ספציפית במספרים רב-ספרתיים. היו לנו כמה וכמה שאלות מחקר, אני אדבר כאן על שתיים מהן:

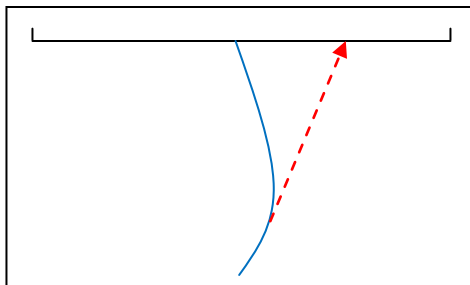
1. האם ניתן לזהות, גם אצל מבוגרים משכילים (שלמדו חשבון), שרידים של תפיסת הכמות ה"פרימיטיבית", המבוססת על יחס? או שהתפיסה של מבוגרים היא לחלוטין ליניארית, כלומר מבוססת על ההפרש בין המספרים?

2. האם כאשר אנו רואים מספר דו-ספרתי, המוח מתרגם אותו לכמות הוליסטית שמייצגת את שתי הספרות יחד, או שהוא רק מתרגם כל אחת מהספרות לכמות נפרדת?

מבחינה מחקרית, שתי השאלות האלה קשורות באופן הדוק אחת לשניה. אפשר להראות, משיקולים מתמטיים שלא אפרט כאן, שתפיסת כמות דו-ספרתית לוגריתמית (מבוססת על יחס) היא אפשרית רק אם המוח בונה ייצוג כמותי הוליסטי של שני המספרים, ואינה אפשרית אם כמות העשרות מיוצגת בנפרד מכמות היחידות. כך שלמעשה שאלת המחקר שלנו היא: האם המוח מתרגם מספרים דו-ספרתיים לייצוג הוליסטי-לוגריתמי או לייצוג נפרד של שתי הספרות?

כדי לבדוק את השאלות האלה השתמשנו במטלת "מיפוי מספר למקום" (זו שתיארתי קודם), אבל הכנסנו בה שינוי אחד חשוב: המטלה לא הועברה על דפי נייר אלא על אייפד. ציר המספרים הופיע בחלק העליון של המסך. כדי לסמן מקום על הציר, הנבדקים גררו את האצבע מנקודה קבועה בתחתית המסך אל המקום הרצוי על הציר. אתם יכולים לראות סימולציה של הניסוי (שלא עובדת על סמארטפונים או טאבלטים) כאן:

<http://dror.mathld.com/phd-mock/v1.02>



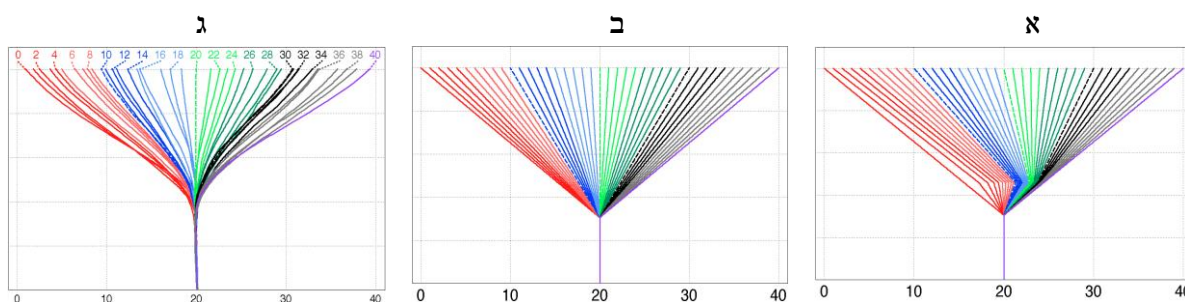
**תרשים 2:** דוגמה למסלול אצבע אפשרי בעקבות הצגת המספר 20. המלבן מייצג את מסך האיפד, הקו הכחול את מסלול האצבע, והקו המקוטע מראה לאן האצבע היתה מגיעה אלמלא שינתה כיוון.

השימוש באייפד מאפשר לנו לעקוב אחרי מסלול האצבע של הנבדק לכל אורך הניסוי – החל מרגע שהמספר הופיע על המסך והאצבע התחילה לזוז, ועד שהיא הגיעה אל ציר המספרים. כדי להבין למה זה עוזר, הביטו בתרשים 2. הנבדק ראה את המספר 20 וסימן את אמצע הציר – סימון שמתאים למבנה ציר ליניארי. אבל אם מסתכלים על המסלול כולו רואים שהסיפור מורכב יותר: בתחילת התנועה הנבדק כיוון את האצבע קצת ימינה, כאילו רצה לסמן מקום שהוא קצת ימינה מהאמצע. הקו האדום המקווקו מראה לאיפה האצבע היתה ממשיכה אם הנבדק לא היה מתקן את הכיוון של עצמו: האצבע היתה נוגעת בציר המספרים בערך ב-3/4 המרחק בין 0 ל-40, וזהו מיקום שמתאים יותר למבנה ציר לוגריתמי מאשר למבנה ציר ליניארי. אם כך, ייתכן שביצוע כזה של המטלה אומר לנו

שתפיסת הכמות הראשונית של הנבדק היתה לוגריתמית (מבוססת על יחס), אבל אחרי זמן קצר הנבדק עבר להשתמש בתפיסת כמות ליניארית (מבוססת על הפרש).

כמובן שאי אפשר להסיק מסקנות ברורות מדוגמה אחת (במיוחד בהתחשב בכך שאת הדוגמה הספציפית שבתרשים 2 אני סתם המצאתי), אלא צריך להסתכל על יותר נתונים. תרשים 3 א' מציג באופן סכמטי איך אמורים להיראות מסלולי האצבעות בהנחה שהנבדקים פועלים באופן עקבי כמו בדוגמה שבתרשים 2 לעיל – כלומר, מכוונים את האצבע לפי מבנה ציר לוגריתמי, ואחרי זמן קצר משנים את דעתם (ואת כיוון האצבע) ומכוונים לפי מבנה ציר ליניארי. תרשים 3 ב', מראה באופן סכמטי איך אמורים מסלולי האצבע להיראות אם הנבדקים מכוונים את האצבע

לפי מבנה ליניארי ישר מההתחלה, בלי שום בלבולים ושום החלפות דעה באמצע. תרשים 3 ג' מראה את תוצאות האמת, וכשבדקנו אותן סטטיסטית גילינו שהן שילוב של תרשימים א' ו-ב'. המסקנה: ברגע שהמספר מופיע על המסך, הנבדקים מכוונים את האצבע לפי מבנה ציר שהוא איזשהו ממוצע בין מבנה לוגריתמי לליניארי; ואחרי זמן קצר, הנבדקים זונחים את המבנה הלוגריתמי (תרשים ב' לעיל) ונשארים עם מבנה הציר הליניארי (תרשים א').



**תרשים 3:** (א) מסלולי אצבע היפותטיים בהנחה של תפיסת כמות לוגריתמית שמוחלפת בליניארית (ב) מסלולים היפותטיים בהנחה של תפיסת כמות ליניארית (ג) מסלולי האצבעות שהתקבלו בפועל – ממוצע של כל הנבדקים.

המסקנה שלנו היא שכאשר המוח "רואה" מספר דו-ספרתי, הוא בונה שני ייצוגים נפרדים של הכמות הדו-ספרתית: תפיסת כמות ליניארית, המבוססת על ההפרשים בין המספרים, ותפיסת כמות לוגריתמית, המבוססת על היחסים בין המספרים. האיפוד לא רק מראה לנו את מסלולי האצבעות אלא גם רושם באיזו נקודת זמן האצבע היתה בכל מקום, וככה גילינו שלמוח לוקח טיפה יותר מרבע שניה לבנות את שני הייצוגים האלה. אחרי זמן קצר, בין רבע לחצי שניה נוספת, המוח נוטש את הייצוג הלוגריתמי, ונשאר רק עם תפיסת הכמות הליניארית, הבוגרת-יותר. עכשיו אפשר גם להבין מדוע המחקרים שנערכים עם מבוגרים מגלים בדרך כלל רק תפיסת כמות ליניארית: רוב שיטות המחקר שיש לנו אינן מספיק רגישות כדי "לתפוס" את הייצוג הלוגריתמי, שנוצר למשך זמן כה קצר ומייד נעלם.

בסיכומו של דבר, המסקנה היא שהמוח מתרגם מספרים דו-ספרתיים גם לייצוג כמותי לוגריתמי-הוליסטי וגם לייצוג כמותי ליניארי. בקיצור גם וגם, שזו יופי של מסקנה, במיוחד ברוח הזמנים של אחדות ופיוס (אם כי אני רוצה להדגיש שאנחנו עשינו את המחקר עוד לפני שהתקיימו הבחירות וראינו איך בשביל יאיר לפיד זה מצליח).

מה החשיבות של התגלית הזאת? ראשית, אנחנו רוצים לדעת איך המוח עובד ויש לידע הזה חשיבות כשלעצמו, גם אם לא תמיד ברור מה יהיו ההשלכות שלו. אבל אפשר גם להציע לפחות השלכה מעשית אחת של הניסוי שלנו: למעשה, הטענה שלנו היא שקיים מנגנון קוגניטיבי שיוצר כמות דו-ספרתית, כלומר "מחבר" שתי הספרות לכמות אחת, הוליסטית. ניתן לשער שפגיעה נוירולוגית במנגנון הקוגניטיבי הזה עלולה לגרום לקושי בעיבוד כמויות, ואולי אפילו קושי ספציפי בעיבוד כמויות של מספרים רב-ספרתיים. כמוכן שזו רק השערה, ויש לוודא אותה; אבל אם זה אכן המצב, זה אומר שיש פה סוג חדש של דיסקלקוליה, שרצוי להכיר אותה ולפתח עבורה שיטות אבחון וטיפול.

ולמי שמתעניין בפרטים נוספים –

המאמר המלא נמצא כאן, ובדרך הזה, באתר המעבדה שלנו, יש תקצירי-סכתא של מאמרים נוספים.