אוניברסיטת תל-אביב
הפקולטה למדעי החברה ע"ש גרשון גורדון
בית הספר למדעי הפסיכולוגיה

איך אנו מבצעים פרוצדורות חישוביות ולמה לחלקנו זה קשה?

חיבור זה הוגש כעבודת גמר לקראת התואר "מוסמך אוניברסיטה" – M.A. באוניברסיטת תל אביב

על ידי:

שירה שני

העבודה הוכנה בהנחיית:

ד״ר דרור דותן

תאריך: מרץ 2020

תקציר

אחת היכולות המרכזיות במתמטיקה היא היכולת לבצע חישובים אלגבריים בעל-פה, גם כאשר מדובר בחישוב הדורש מספר שלבים, למשל חיבור או כפל של מספרים רב-ספרתיים. אנו יודעים שהיכולת הזאת נתמכת על-ידי מנגנונים קוגניטיביים ספציפיים, למשל זיכרון פעיל. עם זאת, נכון להיום עדיין אין לנו הבנה מעמיקה של אותם מנגנונים שמאפשרים את אותה ״הרצה מנטלית״ של אלגוריתם של חישוב. איננו יודעים גם כיצד לקויות קוגניטיביות ספציפיות במנגנונים אלה באות לידי ביטוי בתור קשיים בחישוב, והאם וכיצד אסטרטגיות ספציפיות עשויות לסייע לחישוב מנטלי אצל מי שיש לו לקויות כאלה.

המחקר הנוכחי מבקש להרחיב את הידע בנושאים הללו. במסגרת המחקר בדקתי את הביצועים של 7 משתתפים עם קשיים בחישוב במטלות זיכרון ובתרגילי חישוב רב ספרתי. ניסיתי לזהות אצלם דפוסי טעויות ספציפיים, שעשויים להעיד על המקור הקוגניטיבי של הקושי, ובדקתי גם כיצד השימוש באסטרטגיות שונות משפיע על תפקודי החישוב שלהם.

ניתוח הטעויות בתרגילי החישוב העלה שלושה ממצאים מרכזיים. ראשית, 6 משתתפים נטו לעשות פחות טעויות בשלב אמירת האופרנדים לצורך חישוב תוצאות-ביניים, ויותר טעויות בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. הדיסוציאציה הזאת מצביעה על קיומם של שני תתי-תהליכים נפרדים בזיכרון הפעיל, שאחד מהם לקוי והוא מקור הקושי של אותם משתתפים. אני מציעה כי שני התהליכים הללו הם שני תתי-מאגרים נפרדים בזיכרון הפעיל, או שני תהליכים נפרדים של העברת מידע בין אלמנטים בזיכרון.

שנית, כאשר ניתחתי טעויות של ״זליגה״ של מספרים לא רצויים משלב אחד בתרגיל לשלב הבא אחריו, מצאתי כי למרות שלרוב מהמשתתפים היתה נטייה מובהקת לעשות טעויות ששומרות קטגוריה עשרונית (יחידות, עשרות, מאות) - כלומר, המילה ש״זלגה״ שמרה על הקטגוריה העשרונית שלה. משתתפת אחרת ביצעה באופן עקבי טעויות שוברות-קטגוריה באחוז גבוה, אפילו כאשר השתמשה באסטרטגיה שתוכננה כדי לעזור לה להימנע מכך. הסקתי מכך שקיים מנגנון ספציפי שקושר בין ספרה לבין הקטגוריה העשרונית שלה, ומנגנון זה לקוי אצל אותה משתתפת.

הממצא האחרון עסק במקורן של אותן טעויות ״זליגה״: אצל רוב המשתתפים היו הרבה זליגות של ספרות מהאופרנדים של התרגיל, אבל משתתפת אחת לא הראתה נטייה כזאת, ובאופן כללי היו לה פחות טעויות ״זליגה״. הסיבה למיעוט הטעויות של אותה משתתפת היתה שהיא השתמשה באסטרטגיה יעילה, שמנצלת את משאבי הזיכרון הפעיל באופן יעיל יותר ומגדילה את קיבולת הזיכרון: בעוד כל המשתתפים השתמשו כנראה בזיכרון פונולוגי בלבד, משתתפת זו דמיינה את הצורה הויזואלית של התרגיל, וכך הצליחה לגייס גם משאבי זיכרון ויזואלי. כאשר מנעתי ממנה את השימוש באסטרטגיה זו, כמות הטעויות שלה עלתה, ודפוס הטעויות שלה הפך להיות דומה לזה של שאר המשתתפים.

באופן כללי, שלושת הממצאים האלה מראים כי יכולת החישוב מושפעת ממנגנונים קוגניטביים: מתפקודם התקין של תתי התהליכים בזיכרון הפעיל וממנגנון הביינדינג. בנוסף, גם בחירה באסטרטגיה יעילה, שמנצלת טוב יותר את המשאבים הקוגניטיביים, משפיעה על יכולת החישוב.

המחקר גם מראה שאפילו יכולת מתמטית שנחשבת יחסית ספציפית, חישוב רב-ספרתי, דורשת מגוון של יכולות קוגנטיביות, ועשויה להיות מושפעת באופנים שונים על ידי מגוון של לקויות. לאור ההגדרה הרחבה של דיסקלקוליה כיום, שלא מבחינה בין סוגים שונים של קשיים מתמטיים, המחקר הנוכחי מדגיש דווקא את החשיבות של אבחון לקויות מתמטיות ספציפיות ברמת דיוק גבוהה. תהליך החישוב הוא מורכב וניתן ללמוד

דרך חקירתו רבות על לקויות במנגנונים הקוגניטיבים שקשורים למתמטיקה, ועל האינטראקציה בין אסטרטגיות לבין פעילותם של מגוון מנגנונים קוגניטיבים.

תוכן עיניים

1. מבוא

ילדים מתחילים ללמוד את יסודות המתמטיקה כבר מהגן ועד סיום התיכון. מדוע מערכת החינוך משקיעה כה הרבה בלמידת מתמטיקה? ניתן להצביע על מגוון סיבות שהופכות את המתמטיקה למקצוע חשוב. ראשית, היא תורמת להתפתחות של פונקציות גבוהות יותר: חשיבה לוגית, הפשטה, מטא-קוגניציה ויצירתיות (Stech, 2008). שנית, היא מאפשרת רכישת כלים מתמטיים לפיתרון בעיות יומיומיות (De Lange, 1996). שלישית, בעולמנו הטכנולוגי, אוריינות מתמטית מנבאת הצלחה במקום העבודה ורווחה כלכלית (Hoyles, Wolf, Molyneux-Hodgson & Kent, 2002).

פתרון בעיות מתמטיות נתמך על-ידי מגוון יכולות כמו ייצוג כמות, פענוח סמלים, זיכרון, עיבוד חזותי ולוגיקה. לתלמידים עם ליקוי באחת או יותר מן היכולות הללו עלולים להיות קשיים במתמטיקה (Karagiannakis, Baccaglini-Frank & Papadatos, 2014). קשיים במתמטיקה נפוצים מאוד בקרב האוכלוסיה: השכיחות של דיסקלקוליה התפתחותית באוכלוסיה מוערכת בכ-5%-6%, רמת שכיחות דומה לזו של דיסלקסיה התפתחותית והפרעת קשב (Shalev & Tsur-Gross ,2001). לתלמידים רבים יש לקויות למידה במתמטיקה למרות הוראה נאותה (Mazzocco , Feigenson & Halberda ,2011).

קיימים נושאים שונים בתחום המתמטיקה שמעוררים קשיים או לקויות למידה. מבין אלה, אחד התחומים המרכזיים, שנחוץ גם בחיי היום-יום, הוא חישוב. לתלמידים רבים עם לקויות למידה מתמטיות יש קשיי חישוב (Andersson, 2008). תהליך החישוב דורש פעולה של מגוון מנגנונים קוגניטיביים ספציפיים, ובהתאמה - הוא עלול להיפגע ע״י לקויות קוגניטיביות שונות (Semenza, Girelli & Miceli ,1997, Caramazza 1987; McCloskey & Sokol ;McCloskey & ,1991).

ברמה הקוגניטיבית, ניתן להבחין בין מנגנונים שמאפשרים ידע של עובדות יסוד (לוח הכפל, חיבור וחיסור חד-ספרתיים) לבין המנגנונים שמאפשרים חישוב מורכב יותר, שכולל כמה שלבים. ההבחנה הזאת באה לידי ביטוי בקיומם של ליקויים קוגניטיביים נפרדים לאלה ולאלה. קיימים מקרים בהם ליקוי קוגניטיבי גורם לקושי בהפעלה מנטלית של אלגוריתם חישוב רב-ספרתי, למרות שקיים ידע תקין של עובדות היסוד. דוגמה לכך ניתן לראות במקרה של הנבדק MT. MT הוא בעל ידע תקין של עובדות יסוד, אבל עושה טעויות שיטתיות בתרגילי חיסור רב-ספרתיים. דפוס הטעויות העקבי שלו משקף ליקוי באלגוריתם החישוב (Girelli & Delazer, 1996). דפוס כזה נמצא גם במחקרים נוספים (Temple, 1991; & Basili, 1985; McCloskey, Caramazza). מצד שני, ישנם כאלו שמתקשים דווקא בידיעת עובדות היסוד למרות שאין להם קושי בחישוב (Dotan & Friedmann ,2019; Hittmair-Delazerr, 1995; Temple, 1991). כלומר, יש דיסוציאציה כפולה בין ידע של עובדות יסוד לבין היכולת לבצע חישוב רב-ספרתי.

מבוגרים ללא לקויות בדרך כלל שולפים את עובדות היסוד ולא מחשבים אותן בעזרת אלגוריתם (Hopkins & Egeberg, 2009; Geary, Hoard, Byrd-Craven & DeSoto, 2004). עם זאת, ברמה התפקודית והפדגוגית, ידע עובדות היסוד ויכולת חישוב מורכבת-יותר כן משפיעים זה על זה. למשל, זכירה של עובדות יסוד במתמטיקה מאפשרת לתלמידים להפנות יותר משאבים קוגניטיביים לפרוצדורות הנדרשות להפעלת אלגוריתמים של חישוב וללמידתם (Gerber, Semmel & Semmel ,1994, & Pellegrino ,1998;

Goldman). כמו כן, בעזרת אלגוריתמים של חישוב, ניתן להגיע לעובדות חדשות על בסיס עובדות יסוד ידועות (Holmes & Dowker, 2013).

במחקר זה אתמקד במנגנונים הקוגניטיביים שמאפשרים לבצע אלגוריתמים פשוטים של חישוב - חיבור וכפל רב ספרתי - ובלקויות האפשריות במנגנונים אלה. כמו כן אבחן כיצד אסטרטגיות שונות משפיעות על טעויות שנגרמות על ידי לקויות שנות.

1.1. אלגוריתמים של חישוב

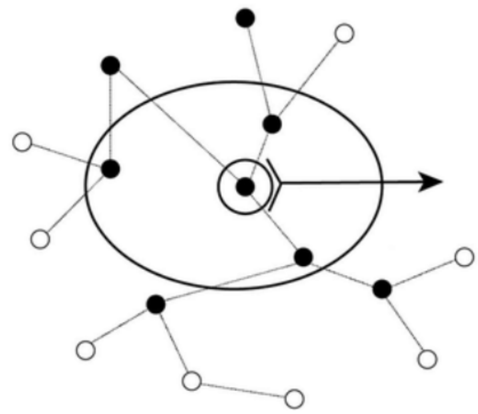
באופן כללי, אפשר לחלק את היכולת לבצע אלגוריתם חישובי ל-3 רמות: הראשונה הינה ידע קונספטואלי - הבנה של מהות האלגוריתם, כלומר תפיסה של הרעיון המתמטי שעומד מאחורי האלגוריתם. לדוגמה, באלגוריתם של חיבור שני מספרים דו-ספרתיים, להבין שבצירוף של שני אוספי פריטים מתקבל אוסף הכולל את שניהם. השנייה הינה ידע פרוצדורלי - ידע של האלגוריתם עצמו, כלומר לדעת מהי סדרת הצעדים שצריך לבצע כדי להגיע לפתרון. בדוגמה של חיבור רב-ספרתי הידע הפרוצדורלי יכול להגיד, למשל, שצריך לחבר ראשית את ספרת היחידות של המחובר הראשון עם המחובר השני, לאחר מכן לחזור על אותו תהליך עבור העשרות והמאות, ולבסוף לאחד את כל תוצאות הביניים למספר חדש שיהיה תוצאת התרגיל. הרמה השלישית הינה היכולת לבצע את האלגוריתם בפועל (Hiebert & Lefevre, 1986; Rittle-Johnson & Alibali, 1999). להלן, אתייחס למנגונים הקוגניטיביים שמאפשים את ביצוע האלגוריתם בפועל בתור ״מנגנוני הריצה״ של האלגוריתם.
כאשר מסתכלים על קושי במתמטיקה, ניתן לבחון האם יש קושי בידע הקונספטולי או בידע הפרוצדורלי (Rittle-Johnson & Alibali, 1999; Rittle-Johnson & Siegler, 1998). גם במחקרם של Morton & Kopelman, Butterworth, Cappelletti (2005) ניתן לראות דיסוציאציה בין ידע קונספטואלי (הרמה הראשונה) לידע פרוצדורלי (הרמה השניה). כמו כן, במחקר נוסף של Kopelman & Cappelletti, Butterworth (2001) הדגימו את הדיסוציאציה בין 2 רמות ידע אלו.
דוגמה נוספת להבחנה תיאורטית בין רמות הידע השונות ניתן לראות במקרה של הנבדק MM (Semenza, Miceli & Girelli, 1997). ל-MM יש יכולת טובה של הבנה והפקה של ביטויים מתמטיים, ידע של עובדות יסוד מתמטיות ויכולת טובה של חישוב מנטלי. אך מנגד, הוא מתקשה להוציא לפועל אלגוריתמים כאשר מדובר בחישוב רב ספרתי בכתב. סוג הטעויות של MM מצביע על כך שהקושי שלו לא קשור לידע הפרוצדורלי אלא למנגנוני הריצה של האלגוריתם. לכן ניתן לראות אצלו דיסוציאציה בין ידע פרוצדורלי תקין (רמת הידע השניה) לבין ליקוי בהרצת האלגוריתם (רמת הידע השלישית).
בהתייחס לשלוש הרמות שתיארתי כאן, כמעט אין מחקרים קוגניטיביים שבדקו בפירוט את הרמה השלישית, כלומר את מנגנוני הריצה של האלגוריתם, וניסו לזהות תתי-רכיבים ספציפיים בתוכם או את התפקיד המדויק של מנגנונים קוגניטיביים ידועים (זיכרון, קשב, כישורים ניהוליים וכו׳) בתהליך החישוב. המחקר הנוכחי יתמקד בניתוח טעויות של משתתפים עם קושי בתהליך הרצת האלגוריתם בעל פה.

1.2. זיכרון

זיכרון הינו אחד המנגנונים התומכים בפתרון בעיות מתמטיות. ישנם כמה סוגים של זיכרון: זיכרון ארוך-טווח, זיכרון קצר-טווח וזיכרון פעיל, וכל אחד מהם תורם לתהליך החישוב. זיכרון ארוך-טווח שומר מידע לתקופות זמן ארוכות, בעוד שזיכרון קצר-טווח מצליח להחזיק במידע רק לפרקי זמן קצרים. הבדל נוסף מתייחס לקיבולת הזיכרון: לזיכרון קצר-טווח ישנה קיבולת מוגבלת, והוא יכול לשמור רק מספר מסויים של פריטים (Cowan, 2008).

סוג נוסף של זיכרון הוא הזיכרון הפעיל. זוהי מערכת אשר נחוצה על מנת לזכור מידע בזמן ביצוע משימות קוגניטיביות מורכבות כמו הסקה, הבנה ולמידה. הזיכרון הפעיל הינו מערכת ששומרת מידע לטווח קצר באופן שמאפשר לבצע עליו מניפולציה (Baddeley ,2010).

Baddeley תיאר מודל של זיכרון פעיל שמורכב משלושה רכיבים: רכיב ששומר מידע ויזואלי-חזותי (visuospatial sketchpad), רכיב ששומר מידע פונולוגי (הלולאה הפונולוגית), ו-central executive שאחראי על תיאום בין שני רכיבים אלו, ביצוע מניפולציות על המידע, מיקוד והחלפת קשב (Baddeley & Hitch, 1994; Baddeley & Logie, 1999).
Oberauer תיאר מודל מעט שונה של הזיכרון הפעיל. לפי מודל זה, הזיכרון הפעיל מורכב כמבנה עם שלושה אלמנטים מובחנים מבחינה תפקודית. הראשון הינו activated LTM (ALTM) שתפקידו לזכור מידע לשליפה מאוחרת יותר, הוא מספק את כל המידע הרלוונטי לביצוע משימה מסויימת. השני הינו region of direct access (RDA), שתפקידו לשמור מספר קטן של פריטים, עד 3 או 4, שעליהם מפעילים תהליך קוגניטיבי מסויים, והם מאוגדים זמנית למקבץ מידע אחד. זהו ככל הנראה האלמנט שמחקרים רבים מתייחסים אליו בתור זיכרון פעיל. האחרון הינו focus of attention (FOA), שתפקידו להחזיק פריט מידע אחד ספיציפי, שעליו תתבצעה המניפולציה הקוגניטיבית הבאה. הוא למעשה מצביע על פריט המידע הרלוונטי בכל שלב. כמו כן כל אחד משלושת אלמנטים אלו לוקח חלק בהרצת אלגוריתמים של חישוב (Oberauer, 2002). עד כה, אף מחקר לא בחן באיזה אופן המודל הזה תומך בחישוב רב ספרתי.



תרשים 1. האלמנטים במודל הזיכרון הפעיל של Oberauer

צמתים וקווים מייצגים רשת של ייצוגי זיכרון בטווח הארוך, הצמתים השחורים הם באקטיבציה ושמורים ב-ALTM. באליפסה הגדולה נמצאים הפריטים ששמורים ב-RDA, ובעיגול הקטן יש פריט אחד שנמצא ב-FOA. (התרשים לקוח מתוך *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, Vol. 28 p. 214*, Oberauer K. , 2002).

הרבה מחקרים הראו שזיכרון פעיל קשור לתהליך החישוב ושיש מתאם בין השניים. מחקר שהתמקד בתפקידו של הזיכרון הפעיל בחישוב מתמטי הראה כי יש אינטראקציה של מגוון רכיבים בזיכרון הפעיל שקשורים לפתרון של תרגילי חישוב רב ספרתי (DeStefano & LeFevre, 2004). מחקר נוסף בדק והראה מתאם בין רכיביו השונים של הזיכרון הפעיל: הרכיב הורבלי, המספרי והחזותי, לבין יכולות מתמטיות של חישוב, פתרון בעיות מילוליות וגיאומטריה (Peng, Namkung, Barnes & Sun, 2016). כמו כן, מחקרים נוספים הראו שיש מתאם בין הזיכרון הפעיל לבין מגוון יכולות מתמטיות (Adams & Hitch, 1998; Andersson & Lyxell, 2007; Berg, 2008; Gathercole, Pickering, Knight, & Stegmann, 2004; McLean & Hitch, 1999; Passolunghi & Siegel, 2004; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004; Swanson & Kim, 2007).

מחקרים אלה ואחרים מראים שלזיכרון הפעיל יש תפקיד בתהליך החישוב. במחקר הנוכחי אנסה לעשות צעד נוסף קדימה, ואתמקד בזיכרון הפעיל במטרה להראות מה התפקיד הספיציפי שלו בתהליך החישוב.

1.3. אסטרטגיות

רוב הבעיות המתמטיות ניתנות לפתרון ביותר מדרך אחת - כלומר, קיימים מגוון אלגוריתמים לפתרון כל בעיה. למשל, כדי לפתור תרגיל חיבור חד-ספרתי, יש מגוון רב של אסטרגטיות שונות בהן ניתן להשתמש: ראשית, אפשר לשלוף את עובדת היסוד מהזיכרון. לחלופין, אפשר לפצל את התרגיל לכמה מחוברים שקל יותר לבצע עליהם חישוב, למשל חיבור תאומים והשלמה לתרגיל המקורי (6+7 יהפוך ל-6+6+1) או חיבור של עשרת שלמה והוספה (במקום 6+7, לחבר 6+4+3). אסטרטגיה שלישית היא להיעזר בספירה בעל פה או באצבעות (Torbeyns, Verschaffel & Ghesquière, 2004), וכן הלאה. גם בפתרון תרגילי חיבור רב ספרתיים ילדים יכולים להשתמש בסוגים שונים של אסטרטגיות. במחקר נוסף של Torbeyns ו-Verschaffel (2013) הראו כי ישנן 3 אסטרטגיות שניתן להפעיל: הראשונה היא אסטרטגיות פירוק, הכוללות פיצול ספרות העשרות וספרות היחידות לשני מספרים שלמים והוספתם בנפרד (למשל, התרגיל ״457+298״ יחושב כך: 400 + 200 = 600 50 + 90 = 140, 7 + 8 = 15, 600 + 140 + 15 = 755). סוג נוסף של אסטרטגיות מכונה אסטרטגיות רציפות, והן כוללות הוספה של רכיבים מהאופרנד הראשון לאופרנד השני בהדרגה (למשל, התרגיל ״457+298״ יחושב כך: 457 + 200 = 657, 657 + 90 = 747, 747 + 8 = 755); סוג אחרון של אסטרטגיות הינו אסטרטגיות ״הפיצויים״: שכוללת שינוי גמיש של המספרים (למשל, התרגיל ״457+298״ יחושב כך: 457+(300 − 2) = 757 − 2 = 755 (2 − 300)+457).

מתוך סל האסטרטגיות השונות שקיימות, כל אדם משתמש ביותר מאסטרטגיה אחת בעת פתרון תרגילים. אפילו בבעיות שדומות מאוד זו לזו, ילדים רבים מציגים שימוש במגוון של אסטרטגיות. במחקרם של Siegler ו-Pyke, 61% מהילדים השתמשו באסטרטגיות שונות עבור לפחות זוג אחד של בעיות שדרשו את אותה פעולה חשבונית, למשל הכפלת שני שברים פשוטים בעלי מכנים זהים (Siegler & Pyke, 2013). Lemaire ו-Siegler טענו שככל שהלומד מתפתח, הוא בוחר באסטרטגיה היעילה יותר בתדירות גבוהה יותר מהאסטרטגיות האחרות (Siegler & Lemaire ,1995).

כאשר אדם מתכנן את תהליך הפתרון של בעיה מתמטית, הוא יכול להפעיל אסטרטגיות נכונות מבחינה מתמטית, או לטעות ולבחור באסטרטגיות שגויות. אסטרטגיה שגויה יכולה להיות יישום של אלגוריתם קיים ותקין, אך שאינו מתאים לפתרון הבעיה הנוכחית. לדוגמה, בעת חיבור שברים, יש ילדים שמשתמשים באסטרטגיה של כפל עבור פעולת החיבור, ומחברים בנפרד את המונים ואת המכנים של השבר. למשל, 4/10 = 1/5 + 3/5 (Siegler Thompson, & Schneider, 2011). דוגמה נוספת לאסטרטגיה שעלולה להיות שגויה היא אסטרטגיית ״מילת המפתח״. כשילדים מפעילים אסטרטגיה זו הם מאתרים ביטויים כמו ״יותר מ״, ״ביחד״ או ״פחות מ״ ו״הפסיד״ ולפיהם בוחרים לבצע חיבור או חיסור. אסטרטגיה זו יכולה להוביל לתוצאה נכונה או שגויה, בהתאם לניסוח הבעיה (Jaspers & van Lieshout ,1994). למשל, האסטרטגיה עשויה להוביל לפתרון שגוי בשאלה ״לפיטר יש 5 גולות. לאן יש 3 גולות. כמה גולות יש לפיטר יותר מאשר אן?״, כיוון שמילת היחס ״יותר מ״ מרמזת על חיבור, אך כדי לפתור את השאלה הזו יש להשתמש בפעולת החיסור.

יתרה מכך, מבין מאגר האסטרטגיות הנכונות, חלקן מועילות יותר בפתרון הבעיה מאחרות. למשל, מחקר שהשווה בין אסטרטגיות של כפל רב ספרתי הראה כי בעזרת אסטרטגיית פתרון שונה ניתן למזער את העומס על הזיכרון הפעיל ומנגנון הקשב, ואסטרטגיה כזאת יעילה יותר (Heffner-Wong, Miller & Sonnert ,2012, Speiser, Schneps,). בדוגמה זו מדובר על אסטרטגיה שמועילה לקושי קוגניטיבי כללי-יחסית, אבל אסטרטגיה יכולה להיות מועילה גם לקשיים קוגניטיביים ספציפיים יותר. למשל, כאשר קיים ליקוי במנגנון קוגניטיבי כלשהו. זאת מכיוון שישנם ליקויים קוגניטיביים שמפריעים יותר כאשר משתמשים באסטרטגיות מסויימות. נמצא כי ילדים עם קשיים מתמטיים וקיבולת זיכרון גבוה השתפרו בעת שימוש באסטרטגיות מילוליות וחזותיות לעומת ילדים בעלי קיבולת זיכרון נמוכה, שדיוקם בפתרון בעיות מילוליות דווקא ירד בעת שימוש באסטטגיות אלו (Swanson, 2014).

מעבר לכך, אפשר לבחון מדוע ילד בוחר באסטרטגיה מסויימת. הבחירה של ילד מסוים באסטרטגיה מסוימת עשויה לנבוע מקיומם של ליקויים קוגניטיבים, שיובילו אותו להעדיף אסטרטגיה אחת על פני אחרת. נמצא כי תלמידים עם קושי קוגניטיבי בתכנון הצליחו יותר בפתרון בעיות מתמטיות כאשר הנחו אותם להשתמש באסטרטגיה שגרמה להם לתכנן מראש, לעומת תלמידים שלא היה להם קושי קוגניטיבי זה, ולא הראו שיפור ניכר כאשר השתמשו באסטרטגיה הנ״ל (Naglieri & Johnson ,2000). נוסף על כך, במחקרם של Gonzalez ו-Espinel השוו בין בחירת אסטרטגיות בקרב תלמידים עם לקויות למידה שונות לבין תלמידים ללא לקות בעת פתרון בעיות מילוליות במתמטיקה. תלמידים בעלי לקות למידה הסתמכו יותר על אסטרטגיות של גיבוי (כל אסטרטגיה שאינה שליפה ישירה של עובדת היסוד, למשל ספירה ופירוק לגורמים) מאשר תלמידים ללא לקות. למשל בתרגילי חיבור, הם נעזרו בפירוק התרגיל למספר מחוברים, ובמקום לחשב ״2+3״ חישבו ״2+2+1״ (Gonzalez & Espinel, 2002). במחקר נוסף, ביקשו מתלמידים לאמוד את הסכום המשוער של שני מספרים על ידי אסטרטגיה של עיגול כלפי מעלה או מטה. מצאו כי ילדים עם תפקודים ניהוליים טובים יותר, בעיקר של תהליכי אינהביציה וגמישות קוגניטיבית, בחרו באסטרטגיה היעילה יותר עבור כל תרגיל ספציפי, למשל עבור הסכום 78 + 27 האסטרטגיה היעילה לאומדן היא עיגול שני המספרים כלפי מעלה ל 80 + 30, ואילו עבור התרגיל 74 + 28 האסטרטגיה היעילה יותר היא אסטרטגיה משולבת של עיגול מעלה ומטה ל 70 + 30 (Lemaire & Lecacheur, 2011).

המחקר הנוכחי יבחן אסטרטגיות שונות לפתרון תרגילי חישוב רב-ספרתי, ואת היעילות של אסטרטגיות שונות במקרה של ליקויים קוגניטיביים ספציפיים.

1.4. המחקר הנוכחי

במחקר הנוכחי אבדוק לעומק את המנגנונים הקוגניטיביים שמעורבים בחישוב מנטלי של תרגילים אריתמטיים שדורשים ביצוע של אלגוריתם חישובי עם כמה שלבים. אנסה לאפיין באופן ספציפי מהם המנגנונים הקוגניטיבים שתומכים בתהליך החישוב, לזהות איך לקויות במנגנונים אלה באות לידי ביטוי בדפוסי טעויות שונים, ולהבין איך הקשר הזה - בין לקויות קוגניטיביות לבין דפוסי טעויות - מושפע מאסטרטגיית הפתרון. המחקר נעשה בגישה נוירופסיכולוגית: השתתפו בו 7 מבוגרים עם קשיים במתמטיקה, שפתרו תרגילי חישוב רב ספרתי. ערכתי ניתוח-עומק של הטעויות שהמשתתפים עשו: בדקתי את סוגי הטעויות שלהם, וניסיתי לזהות מאפיינים ספציפיים של הטעויות האלה כדי לזהות את מקורן. כפי שנראה להלן, חלק מדפוסי הטעויות שעלו במחקר הצביעו על ליקוי קוגניטיבי ספציפי של המשתתפים, אותו ניתחתי בהתאם למודלים בתחום הזיכרון (Baddeley & Hitch, 1994; Oberauer 2002,). דפוסי טעויות אחרים נובעים מכך שהמשתתף בחר באסטרטגיה ספציפית שמעמיסה או מקלה על מנגנון קוגניטיבי מסוים.

2. שיטה

2.1. משתתפים

המשתתפים למחקר גויסו דרך האוניברסיטה וברשתות חברתיות, על-ידי פניה בה ביקשתי משתתפים עם קשיים במתמטיקה. כל 20 הפונים עברו סינון טלפוני שכלל בדיקת ידע של עובדות היסוד: ארבעה תרגילי כפל עד 10x10, ארבעה תרגילי חיבור חד ספרתי עד 9+9, ושני תרגילי חיסור בהם האופרנד השני והתוצאה הינם חד ספרתיים. בנוסף, בדקתי האם הם מצליחים לפתור תרגיל כפל של שני אופרנדים דו ספרתיים. הקריטריון להכללה בניסוי היה הצלחה בפתרון של 70% או יותר מתרגילי עובדות היסוד, אך אי הצלחה בפתרון תרגיל הכפל הדו ספרתי. מתוך 20 הפונים, 10 עמדו בקריטריון הזה.
מתוך אותם עשרה, הוצאתי מהמחקר 3 משתתפים, מהסיבות הבאות: משתתף אחד הראה שיפור ניכר עוד לפני שהספקתי לאסוף מספיק מידע. לגבי משתתפת נוספת, התרשמתי שלפחות אחד מגורמי הקושי שלה הוא חוסר ריכוז כללי ותפקודי קשב לא מספיק טובים. משתתפת שלישית לא הצליחה לפתור תרגילי חיבור של שני מספרים דו-ספרתיים בלי שאחזור על התרגיל המקורי פעמים רבות, כמעט לאחר כל חישוב ביניים, גם לאחר אימון ממושך (ספאן הספרות שלה היה 5). אחרי הסינון הנוסף הנ״ל נותרו 7 משתתפים, והם אלה שנכללו במחקר. כמו כן, לכל המשתתפים לא היה קושי בידע הפרוצדורלי של החישוב, אלא רק בהוצאת החישוב לפועל: הם הכירו את האלגוריתם של החישוב, אבל התקשו לבצע אותו.
כל המשתתפים נתנו את הסכמתם להשתתף בניסוי, וקיבלו תשלום עבור השתתפותם במחקר. פרטי המשתתפים מפורטים בטבלה 1.

טבלה 1. פרטי המשתתפים

משתתף/ת	גיל	מין	יד דומיננטית	מס׳ שנות השכלה	לקויות למידה מאובחנות	ספאן
LBMM	28	נקבה	ימין	17	הפרעת קשב ולקויות למידה	7
DLTN	28	זכר	ימין	17	הפרעת קשב ולקויות למידה	6
MRLK	23	זכר	ימין	15	הפרעת קשב	6.5
MYRZ	28	נקבה	ימין	14	הפרעת קשב, דיסקלקוליה, דיסלקסיה ודיסגרפיה	5.5
ELSK	23	נקבה	ימין	15	קצב שליפה איטי של מידע	7
SRRG	24	נקבה	שמאל	15	הפרעת קשב ודיסגרפיה	5.5
YRYR	25	נקבה	ימין	13	הפרעת קשב ולקויות למידה	6.5

המחקר אושר ע"י ועדת האתיקה של אוניברסיטת תל אביב.

2.2. הליך וכלים

הניסוי בוצע בסדרת מפגשים פרונטליים. המשתתפים הגיעו ל-2-4 מפגשים אישיים, בהם ביצעו מבדקי זיכרון ומטלות של חישוב רב-ספרתי בעל פה ובכתב, כמפורט להלן.

2.2.1. מבדקי זיכרון

מטלת ספאן ספרות (מתוך סוללת "פריגבי", פרידמן וגביעון, 2002).
המטלה בודקת את קיבולת הזיכרון לטווח קצר. המשתתפים חזרו על רצפי ספרות הולכים ומתארכים. בכל שלב הוצגו עד 5 רצפים באורך מסוים. אם המשתתף הצליח לחזור על 3 רצפים בשלב מסוים, הוא המשיך לשלב הבא (רצפים ארוכים יותר בספרה אחת). הספאן הוא השלב האחרון בו המשתתף הצליח לחזור על 3 רצפים, ועוד חצי נקודה אם הצליח לחזור על 2 רצפים.

מטלת ספאן לאחור
המטלה בודקת את קיבולת הזיכרון הפעיל. היא מועברת כמו מטלת ספאן ספרות, בהבדל יחיד: המשתתפים חזרו על כל רצף ספרות במהופך, מהסוף להתחלה.

מטלת ספאן ספרות מעוכב
המטלה בודקת יכולת שליפת מידע מזיכרון לטווח קצר באופן מעוכב: שליפת המידע הראשוני מתרחשת לאחר פריט נוסף שנשלף מהזיכרון, ולא באופן מיידי. המטלה מועברת כמו מטלת ספאן ספרות, עם שני הבדלים: ראשית, אחרי שהמשתתפים שמעו את רצף הספרות ולפני שהם חוזרים עליו, עליהם להגיד משפט קבוע (״איזה יום יפה היום״). שנית, בכל שלב נבדקו 9 רצפים (ולא 5), והמטלה הופסקה כאשר המשתתף לא הצליח בלפחות 3 רצפים מתוך ה-9. הספאן הוא השלב האחרון בו המשתתף הצליח לחזור על 6 רצפים, ועוד חצי נקודה אם הצליח לחזור על לפחות 3 רצפים.

2.2.2. מבדקים אריתמטיים

עובדות יסוד (מתוך סוללת ״מים״, דותן ופרידמן, 2014)
המשתתף שמע תרגילי חישוב וענה על כל תרגיל בע״פ. המבדק מכיל 45 פריטים: 15 תרגילי חיבור חד ספרתי (למשל 7+8) מתוכם 4 מבוססים על חוק - הוספת 0 או 1 (למשל 0+8). 10 תרגילי חיסור, בהם האופרנד השני והתוצאה הינם חד ספרתיים (למשל 14-6), מתוכם 4 מבוססים על חוק - חיסור שני אופרנדים זהים או חיסור 0 (למשל 6-6). 15 תרגילי כפל חד ספרתי (למשל 7x9) מתוכם 4 מבוססים על חוק - הכפלה ב-0 או ב-1 (למשל 1x6). 5 תרגילי חילוק בהם האופרנד השני והתוצאה הם חד ספרתיים (למשל 15:5), מתוכם 3 מבוססים על חוק - חלוקה ב-1 או חלוקת שני אופרנדים זהים (למשל 4:1). רשימת העובדות במטלה זו מצורפת בנספח ה׳.

חישוב רב-ספרתי
המשתתפים שמעו תרגילי חישוב רב-ספרתיים וענו על כל תרגיל בעל פה. היה אסור להם לכתוב את התרגיל או את תוצאותיו.
המשתתפים לא קיבלו הנחיה לגבי אלגוריתם ספציפי בו ישתמשו לפתרון התרגילים, אלא פתרו את התרגילים בכל דרך שרצו. עם זאת, ביקשתי מהם לא להשתמש באסטרטגיות ״חיצוניות״ שעשויות לעזור בפתרון

התרגיל (למשל לסמן את הספרות עם האצבע על השולחן או לדמיין את התרגיל בצורה ויזואלית), אלא להסתמך על חישוב בעל-פה בלבד.
בחלק מהתרגילים המשתתף נשאל בסיום החישוב האם הוא זוכר מה היה התרגיל המקורי. הבדיקה נעשתה רק על חלק קטן מהתרגילים, כדי למנוע מצב בו עצם הבדיקה תשפיע על האסטרטגיה של המשתתף.
נאסף פרוטוקול מילולי של פתרון התרגיל: המשתתפים התבקשו להגיד בקול, תוך כדי פתרון התרגיל, את שלבי החישוב שהם מבצעים, וכמו כן את רצף מחשבתם באופן כללי - למשל, אם הם חזרו על התרגיל בראש או התלבטו לגבי אופן החישוב. איסוף הפרוטוקול המילולי הוא קריטי כדי שאוכל לדעת לא רק מה התוצאה שהמשתתף הגיע אליה, אלא גם מה היתה הדרך המדויקת שעבד בה. אם היו טעויות, הפרוטוקול המילולי מאפשר לנתח את מקורן.

בניסוי מס׳ 1 היו כמה סוגי תרגילים שונים: תרגילי חיבור, חיבור מודולו 10, וכפל. בכל התרגילים היו 2 אופרנדים. להלן פירוט לגבי כל אחד מסוגי התרגילים האלה. ניסוי 2 וניסוי 3 השתמשו בהליך דומה עם שינויים קלים, וכללו תרגילים שנלקחו מתוך אותו מאגר. ההליך המדויק של ניסויים אלה יתואר בהמשך, תוך כדי פרק התוצאות.

חיבור

התרגילים נלקחו מתוך מאגר שבניתי שמורכב משלוש רמות קושי שונות. ברמה הראשונה, הקשה ביותר, הכנסתי תרגילים שמורכבים משני מחוברים תלת ספרתיים המורכבים מהספרות 1-9. ברמה השניה, הכנסתי תרגילים בהם שני המחוברים תלת ספרתיים אך אחד מהם מכיל את הספרה 0 (למשל תרגיל ברמה הראשונה: 315+ 482; ברמה השניה: 315+ 480). ברמה השלישית, הקלה ביותר, הכנסתי תרגילים בהם מחובר אחד הוא דו ספרתי ומחובר נוסף הוא תלת ספרתי.
בתחילת הניסוי המשתתף קיבל תרגילים ברמה הראשונה, אם לא הצליח לזכור את התרגיל במהלך שלבי הפתרון עד כדי כך ששכח את התרגיל באופן מוחלט, והדבר קרה בשני תרגילים ברצף, הוא קיבל תרגיל ברמה קלה יותר. באופן זה, כל משתתף קיבל תרגילים שמותאמים לרמה שלו מבחינת מספר ספרות התרגיל.

חיבור מודולו 10

תרגילים אלה דומים לתרגילי חיבור, אבל הפעולה הבסיסית של חיבור זוג ספרות אינה חיבור רגיל אלא ״חיבור מודולו 10״ - כלומר, אם התוצאה של חיבור זוג ספרות גדולה מ-10 מתחשבים רק בספרת היחידות של התוצאה, ומתעלמים מהעשרת הנוספת. לדוגמה, תוצאת התרגיל 27+48 בחיבור רגיל היא 75, אבל בחיבור מודולו 10 התוצאה היא 65: התוצאה של חיבור ספרות היחידות (7+8) היא 15, אבל אחרי ההתעלמות מספרת העשרות התוצאה היא 5. התוצאה של חיבור שתי ספרות העשרות (2+4) היא 6. כל התרגילים כללו לפחות חציית עשרת אחת.
תרגילי חיבור המודולו נבנו כך שאותה ספרה לא תופיע בשני המחוברים. יוצאת דופן היתה הספרה 1, שיכלה להופיע בשני המחוברים אך באותו מקום, לדוגמה 173+186. כמו כן, בדומה לתרגילי החיבור לתרגילים היו שלוש רמות קושי שונות.

כפל

בכל תרגילי הכפל היו שני אופרנדים דו ספרתיים או אופרנד אחד דו ספרתי ואופרנד אחד חד ספרתי. האופרנדים היו מורכבים מהספרות 1 עד 9. באף תרגיל לא היה מצב בו אותה ספרה הופיעה בשני האופרנדים.

טבלה 2. כמות התרגילים מכל סוג שבוצעו על ידי כל אחד מהמשתתפים.

משתתף	מס׳ תרגילי חיבור	מס׳ תרגילי מודולו 10	מס׳ תרגילי כפל	סה״כ
MRLK	87	24	6	117
SRRG	42	30		72
ELSK	51	39		90
DLTN	49	11		60
LBMM	70	22		92
YRYR	21	10	19	50
MYRZ	7	6		13

רשימת התרגילים שכל משתתף פתר מצורפת בנספח ג׳.

2.3. סיווג הטעויות

הטעויות של המשתתפים סווגו לסוגים הבאים:

החלפת ספרה

אלה הם מצבים בהם המשתתף אמר ספרה אחת במקום ספרה אחרת. לדוגמה, אם עבור התרגיל 23+45 ענה ״3+5 זה 8, 40+20 זה 60, ובסך הכל 7+60 זה 67״ (הספרה 8 הוחלפה בספרה 7). בפרק התוצאות אפרט על תתי-הסוגים של טעויות ההחלפה.

טעויות שיכול

שינוי סדר הספרות בין שתי ספרות בתוך המספר, למשל 135 הפך ל-153.

טעויות שיוך

זהו מצב בו ספרה שהופיעה באופרנד אחד "נודדת" אל האופרנד השני - לדוגמה, 135+428 הופך להיות בטעות 125+438. הנדידה יכולה להיות חד-כיוונית, כך שספרה "מוכפלת" אל האופרנד השני וגם נשארת במקום המקורי - לדוגמה, 135+428 הופך להיות 135+438.

טעויות השמטה

בחישוב התוצאה הסופית מחברים את כל תוצאות הביניים בלי להכליל אחת או כמה מהן. למשל אם המשתתף מקבל את התרגיל 347+651 (תשובה נכונה: 998) ועונה עליו כך: "(300+600 זה 900, 40+50 זה 90 ו-1+7 זה 8. בסך הכל מתקבל 990". בדוגמה זו, המשתתף חישב את תוצאת היחידות (8) ואמר אותה בשלבי-הביניים, אבל השמיט אותה בזמן חישוב התוצאה הסופית.

בכל המקרים, טעויות נגררות לא נספרו בתור טעויות. למשל אם פתרו את התרגיל 23+45 כך "3+5 זה 8, וגם 20+50 זה 90, ובסך הכל 90+7 זה 97". הטעות בספרת העשרות (90) נספרה רק פעם אחת , בשלב בו היא התרחשה, ולא נספרה שנית כטעות בתוצאה הסופית.

3. תוצאות

אחוז הטעויות הכללי עמד על 58%. למשתתפים לקח זמן רב יחסית לפתור כל תרגיל, כשתיים עד ארבע דקות.

לא היה הבדל בין שיעורי הטעויות במטלות השונות – חיבור רגיל, חיבור מודולו וכפל (עבור כל משתתף $\chi^2 <$ 3.1 , $p >$.075). לפיכך, עבור כל משתתף איחדתי את התוצאות של כל המטלות וניתחתי אותן יחד.

ניתחתי את סוגי הטעויות כמתואר בפרק השיטה. טבלה 3 מפרטת את סוגי הטעויות אצל כל משתתף, בכל תרגילי החישוב. נספח ד׳ מפרט את סוגי הטעויות בנפרד עבור חיבור, כפל, וחיבור מודולו.

טבלה 3. אחוז הטעויות מכל סוג במטלות החישוב

משתתף	מס׳ פריטים	כל הטעויות	החלפה	שיכול	שיוך	השמטה
MRLK	117	64%	58%	3%	0%	3%
SRRG	72	67%	57%	7%	4%	0%
ELSK	90	59%	49%	2%	1%	7%
DLTN	60	58%	52%	3%	7%	13%
LBMM	92	60%	54%	3%	0%	13%
YRYR	50	26%	18%	4%	0%	4%
MYRZ	13	54%	54%	0%	0%	0%

* כל האחוזים הם מס׳ התרגילים עם טעות מתוך מס׳ התרגילים הכולל.

כפי שניתן לראות בטבלה, הרוב המכריע של הטעויות היו מסוג החלפה (85% מתוך הטעויות). מכאן והלאה אתמקד בטעויות אלה בלבד. אפיינתי את כל אחת מטעויות ההחלפה לפי שלושת הקריטריונים הבאים: (1) מיקום הטעות - באיזה שלב של התרגיל הטעות התרחשה, בשלב אמירת ספרות האופרנדים כדי לחשב תוצאת ביניים, או בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. (2) המקור של טעויות ההחלפה: האם אפשר להסביר את הספרה השגויה בתור ״זליגה״ מספרות האופרנדים בתרגיל המקורי או מספרות של תוצאות הביניים. (3) האם הטעות משמרת קטגוריה עשרונית (יחידות, עשרות, מאות), כלומר האם המילה השגויה היא באותה קטגוריה עשרונית (יחידות, עשרות, מאות) כמו המילה שממנה הטעות ״זלגה״ או לא.

ב-3 הפרקים להלן אתאר בפירוט את 3 ההיבטים האלה של טעויות ההחלפה.

3.1. מיקום הטעות

אפשר לתאר את פתרון התרגיל כמורכב משני שלבים. בשלב הראשון מחברים כל זוג ספרות, וזוכרים את תוצאות הביניים האלה. בשלב השני ״מאחדים״ את כל תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. מיקום הטעות משקף באיזה שלב של התרגיל נעשתה הטעות - בשלב הראשון, בו המשתתף אומר את ספרות האופרנדים של התרגיל המקורי כדי לחשב את תוצאת הביניים, או בשלב השני, בו הוא ממזג את תוצאות-הביניים שחושבו קודם לכן כדי להגיע לתשובה הסופית. למשל, נניח שהמשתתף פתר את התרגיל 756+142 כך:

״100 + 700 זה 800, 40 + **10** זה 50, 2 + 6 זה 8, ובסך הכל מתקבל 858״. ניתן לראות כאן טעות בשלב אמירת האופרנדים של ספרות העשרות: במקום 40 + 50 המשתתף אמר 40 + 10. במקרה זה, הטעות היא בשלב הראשון (אמירת אופרנדים). לעומת זאת, בפתרון אותו התרגיל באופן הבא: ״100 + 700 זה 800, 40 + 50 זה 90, 2 + 6 זה 8 ובסך הכל מתקבל **9**98״, הטעות היא בשלב השני - שלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית: ספרת המאות חושבה נכון (8) אך בשלב האחרון של המיזוג נאמרה שגויה (9). אם היתה טעות חישוב (למשל, אם המשתתף אמר ״40 + 50 זה 70״), היא לא נכללה בניתוח זה, שהתמקד רק בטעויות החלפה ולא בטעויות חישוב.

עבור כל משתתף, בדקתי באיזה משני השלבים התרחשו טעויות החלפה. ספרתי כמה פעמים הוא ביצע טעות החלפה בשלב אמירת האופרנדים, מתוך המספר הכולל של מילות-האופרנדים שהוא אמר, וכן כמה פעמים הוא ביצע טעות החלפה בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית, מתוך המספר הכולל של מילות-התוצאה שהוא אמר. למשל, בדוגמה הראשונה בפיסקה הקודמת היתה טעות אחת בשלב של אמירת האופרנדים מתוך 6 מילות אופרנדים שהמשתתף אמר: שבע מאות, חמישים, שש, מאה, ארבעים, שתיים.

טבלה 4 מציגה את אחוזי הטעויות בכל מיקום. המשתתפת YRYR עשתה ניסוי נוסף (ניסוי 3 - מפורט בפרק הבא), שההבדל בינו לבין ניסוי 1 לא רלוונטי לצורך הניתוח הנוכחי. לפיכך, בניתוח הנוכחי איחדתי את הנתונים של YRYR משני הניסויים.

טבלה 4. אחוזי הטעויות במיקום האופרנדים/ תוצאת התרגיל

משתתף	טעויות באופרנדים[ב]	טעויות בתוצאה[ג]	השוואה בין שני מיקומי הטעויות
MYRZ	6.7%	32%	χ^2 = 79.4, p <.001
YRYR	5.2%	4.4%	χ^2 = 0.4, p = .53
YRYR[א]	7.6%	6.7%	χ^2 = 0.2, p = .67
MRLK	6.8%	15%	χ^2 = 306.0, p <.001
LBMM	2.3%	16%	χ^2 = 62.2, p <.001
SRRG	8.5%	14%	χ^2 = 7.9, p = .005
ELSK	4.4%	13%	χ^2 = 21.0, p <.001
DLTN	4.8%	11%	χ^2 = 8.6, p = .003

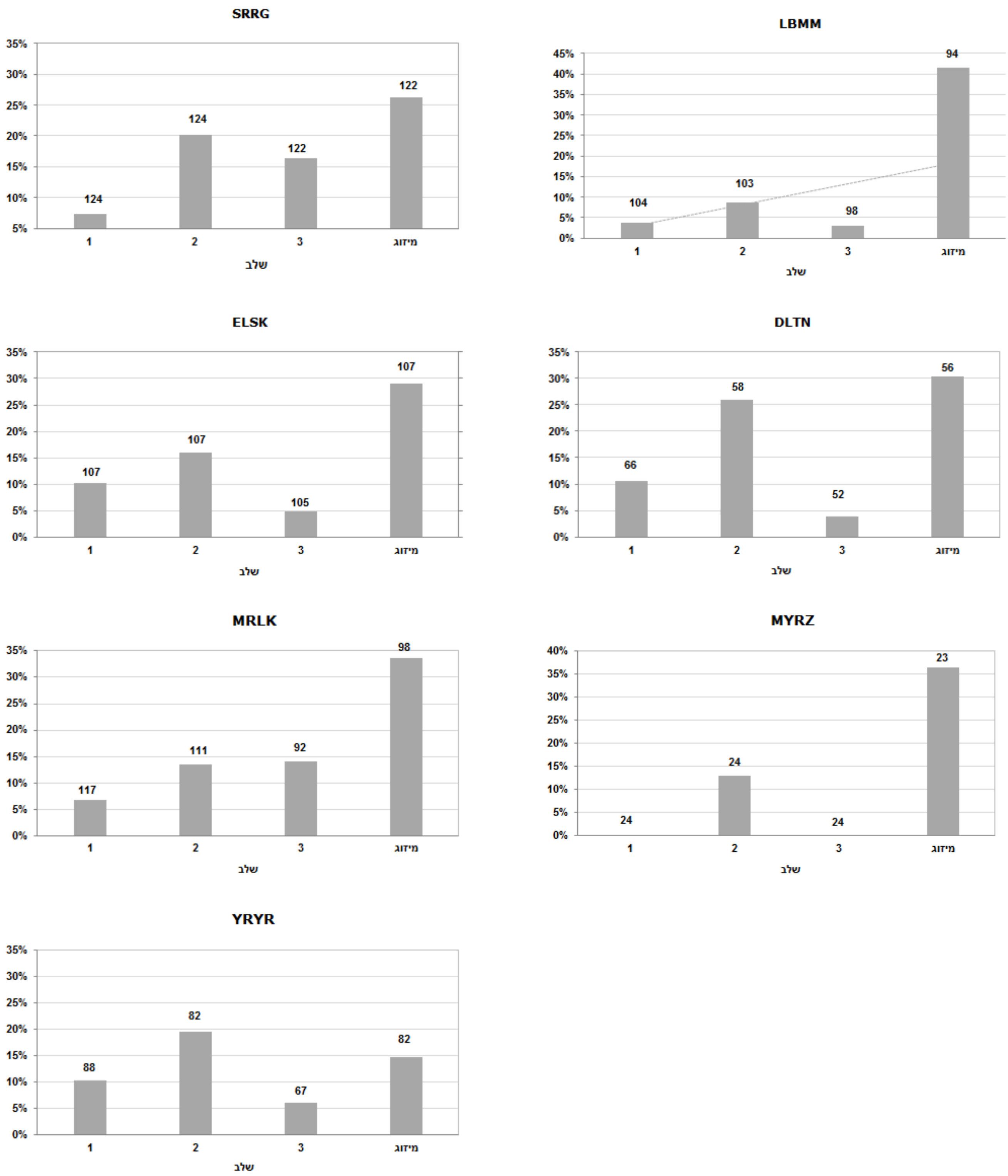
[א] הנתונים של YRYR מניסוי 3, שכלל גם הוא חישוב ויפורט בהמשך.
[ב] מס׳ מילות אופרנד עם טעויות החלפה מתוך מס׳ הפעמים שהמשתתף חזר על מילות האופרנד.
[ג] מס׳ מילות תוצאה עם טעויות החלפה מתוך מס׳ הפעמים שהמשתתף חזר על מילות התוצאה

ניתוח זה העלה כי המשתתפת YRYR טעתה במידה דומה בשלב אמירת האופרנדים ובשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. לכל שאר המשתתפים היו יותר טעויות בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית מאשר באמירת האופרנדים. משתתפים אלה מראים דיסוציאציה בין אמירה תקינה של האופרנדים לבין מיזוג שגוי של תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. שיערתי כי מקור הדיסוציאציה הוא שקיים תהליך קוגניטיבי נפרד שהכרחי לצורך מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית, אבל לא לצורך אמירה של האופרנדים, ותהליך זה לקוי אצל כל המשתתפים חוץ מ-YRYR. התהליך שאחראי על האמירה של

האופרנדים הוא תהליך אחר, שאינו לקוי (או שהוא לקוי במידה פחותה). בדיון, אציע כמה אפשרויות קונקרטיות לגבי מהם אותם שני תהליכים.

הסבר אלטרנטיבי מייחס את ההבדלים בשיעורי הטעויות בין שני השלבים לכך ששלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית מתרחש בנקודת זמן מאוחרת יותר משלב האמירה של האופרנדים. ההסבר האלטרנטיבי מניח שככל שמתקדמים בתרגיל יש סיכוי גבוה יותר לבצע טעות: אחוז הטעויות הגבוה בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית מוסבר על ידי הזמן שחלף ולא ע״י ליקוי בתהליך ספציפי בזיכרון. באופן יותר קונקרטי, הזמן יכול להשפיע בשני אופנים: ראשית, הוא יכול להשפיע באופן ישיר - למשל, ככל שעובר זמן רב יותר, הזיכרון של הספרות דועך. שנית, נקודת-הזמן הספציפית יכולה להשפיע גם באופן עקיף: ככל שאנחנו מתקדמים בתרגיל, נכנסות ספרות חדשות לזיכרון, ועומס הזיכרון ההולך וגובר יוצר פוטנציאל גבוה יותר להחלפה של אחת הספרות בספרה אחרת, שגויה.
ניתן להצביע על כמה ממצאים ששוללים את ההסבר האלטרנטיבי הזה. ראשית, העובדה שלמשתתפת YRYR יש טעויות בשני השלבים במידה שווה יכולה לשלול את הסבר זה. אם התקדמות הזמן גורמת ליותר טעויות בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית, דפוס זה היה אמור להתרחש גם אצלה, אך לא כך הדבר.
שנית, הפרכתי את ההסבר האלטרנטיבי גם לגבי שאר המשתתפים. לשם כך חילקתי לשלבים את תהליך הפתרון של כל אחד מהתרגילים שהמשתתפים פתרו: חיבור זוג האופרנדים הראשון - שתי ספרות המאות או שתי ספרות היחידות, לפי האסטרטגיה הספציפית בה המשתתף בחר באותו פריט (כלומר, האם התחיל לחבר מספרת המאות או מספרת היחידות); חיבור זוג האופרנדים השני (העשרות); חיבור זוג האופרנדים השלישי (היחידות או המאות); והמיזוג לתוצאה הסופית. בדקתי את אחוז הטעויות מתוך כלל התרגילים שהתרחשו בכל אחד משלבי החישוב.

אם ההסבר האלטרנטיבי נכון, אנחנו אמורים לראות עליה לינארית באחוז הטעויות לאורך כל שלבי החישוב: העליה באחוז הטעויות תעלה משלב לשלב, וכן נראה עליה נוספת בשיעור דומה בין השלב השלישי לבין שלב המיזוג. לעומת זאת, אם ההסבר האלטרנטיבי שגוי ומדובר בדיסוציאציה בגלל ליקוי קוגניטיבי ספציפי כפי שתיארתי לעיל, אנחנו אמורים לראות עליה חדה במספר הטעויות בשלב המיזוג, אשר תראה הבדל איכותי בין השלבים.



תרשים 2. אחוז הטעויות בכל אחד משלבי החישוב. המספר מעל כל עמודה מציין את מס׳ הפריטים מתוכו נספר אחוז הטעויות (בשלבי הביניים: מס׳ הפעמים שהנבדק אמר מילת אופרנד. בשלב המיזוג: מס׳ הפעמים שהנבדק אמר תוצאת ביניים שחושבה בשלב קודם). אצל הנבדקת LBMM, הקו המחבר בין העמודות מתאר את העליה באחוז הטעויות בין השלב הראשון של החישוב לשלב השני של החישוב, ובאופן זה מגדיר את אחוז הטעויות הצפוי בשלב המיזוג תחת ההנחה של עלייה לינארית באחוזי הטעויות.

תרשים 2 מראה כי בניגוד להשערת הזמן, אצל כל המשתתפים לא רואים עליה רציפה בין 3 השלבים הראשונים של החישוב: יש עליה מתונה בין כמות הטעויות בשלב הראשון - חישוב תוצאת הביניים הראשונה, לבין כמות הטעויות בשלב השני - חישוב של תוצאת הביניים השניה. לעומת זאת, בשלב השלישי אין עלייה נוספת, כפי שההסבר האלטרנטיבי מנבא, אלא דווקא ירידה בשיעור הטעויות (אצל MRLK: התייצבות של שיעור הטעויות). בין השלב השלישי לבין השלב האחרון - מיזוג כל תוצאות הביניים לכדי התוצאה הסופית - יש עליה חדה בשיעור הטעויות.

אצל המשתתפת LBMM רואים גם אפקט נוסף - עליה חדה מאוד במספר הטעויות בשלב מיזוג תוצאות הביניים, אפילו כאשר אנחנו משווים אותו לכמות הצפויה ביחס לעלייה בין שני שלבי החישוב הראשונים (זו מסומנת על ידי הקו בתרשים).

גם בלי ניתוח סטטיסטי של הדפוסים האלה (שקשה מאד לעשות, אלא אם כן נניח הנחות מאד ספציפיות לגבי האופן המדויק בו הזמן החולף אמור להשפיע על רמת הביצוע), ברור לגמרי שדפוס התוצאות לא תואם את ההסבר האלטרנטיבי לפיו שיעור הטעויות הולך ועולה ככל שמתקדמים בתרגיל. לפחות אצל חלק מהמשתתפים, נראה גם שיש הבדל איכותי בין שלב המיזוג לבין יתר שלבי החישוב. מכאן שמעבר הזמן אינו הגורם היחיד לגידול בכמות הטעויות בין שלבי החישוב השונים.

הגירסה השניה של ההסבר האלטרנטיבי מייחסת את הממצאים לעומס הזיכרון ההולך ועולה. על פי הסבר זה, בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית יש יותר מידע בזיכרון לעומת שלבים מוקדמים יותר של אמירת האופרנדים, ולכן יש יותר טעויות בשלב זה. כדי להפריך הסבר אלטרנטיבי זה בדקתי האם ההשפעה של עומס הזיכרון מספיקה כדי להסביר את התוצאות שראינו לעיל. בדקתי את מספר מילות-המספר שהיו בזיכרון עד שלב הטעות, וניתחתי את שיעור הטעויות לפי כמות המידע בזיכרון. ביצעתי את ניתוח זה באופן דומה לניתוח בתרשים 2. ההבדל בין שני הניתוחים היה זניח, בגלל סיבה ברורה: שני המדדים (השלב בתרגיל, מספר המילים בזיכרון) כמעט חופפים זה לזה - להוציא כמה מקרים חריגים, בכל פעם שמתקדמים שלב נוסף בחישוב התרגיל, נוספת מילה אחת לזיכרון. אכן, דפוס התוצאות בניתוח הזיכרון היה כמעט זהה לדפוס התוצאות שהתקבל בניתוח השלבים בתרשים 2. כלומר, גם עומס הזיכרון לבדו לא יכול להסביר את דפוס התוצאות שהתקבל - קיומן של יותר טעויות בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית.

נראה אפוא כי ההסברים האלטרנטיבים, לפיהם דפוס הטעויות התקבל בגלל מעבר הזמן או עומס על הזיכרון, נשללו. לכן, ההסבר לדפוס הטעויות שהתקבל הוא אכן דיסוציאציה קוגניטיבית בין אמירה תקינה של האופרנדים לבין מיזוג שגוי של תוצאות הביניים לתוצאה הסופית.

3.2. טעויות שומרות או שוברות מיקום עשרוני

היבט נוסף של טעויות ההחלפה הוא האם הטעות משמרת את הקטגוריה העשרונית או שוברת אותה. ראשית זיהיתי את מקור הזליגה של הטעות - האם הטעות היתה ספרה שמקורה היה בספרות האופרנדים או בספרות תוצאות הביניים (תיאור מדוייק של כל הזליגות האפשיות נמצא בתחילת פרק 3.3).

לאחר מכן, סיווגתי את הטעות כשומרת או שוברת קטגוריה עשרונית. הסיווג מציין האם המילה שנאמרה בטעות היא מאותה קטגוריה עשרונית (יחידות, עשרות, מאות) כמו המילה שממנה הגיעה הזליגה. למשל, אם בתרגיל 146+153 המשתתף ענה **292**, נראה שתוצאת היחידות השגויה (2) "זלגה" מתוצאת החיבור של

ספרות המאות (200), ושינתה קטגוריה (מ-200 ל-2) - כלומר, הטעות לא משמרת קטגוריה עשרונית. מנגד, אם המשתתף ענה 29**3**, נראה שתוצאת היחידות השגויה (ספרת היחידות 3) הגיעה מספרת היחידות של האופרנד הראשון - כלומר, במקרה זה הטעות משמרת את הקטגוריה העשרונית. הסיווג של טעויות בתור משמרות קטגוריה עשרונית או שוברות קטגוריה עשרונית הינו אפשרי, כמובן, רק לגבי טעויות שמקורן זוהה, כלומר שזוהו בתור זליגה אפשרית מספרות האופרנדים או מספרות תוצאות הביניים. טעויות שמקורן לא זוהה לא נכללו בניתוח זה.

טבלה 5 מראה, עבור כל משתתף, את שיעור הטעויות ששומרות קטגוריה עשרונית. בדקתי האם מספר הטעויות ששומרות קטגוריה עשרונית גבוה באופן מובהק מ-1/3 מהטעויות - כמות הטעויות הצפויה תחת השערת האפס לפיה הקטגוריה של מילת הטעות היא אקראית. את ההשוואה ביצעתי לפי מבחן בינום. בנוסף, בדקתי באיזו אסטרטגיה המשתתף בחר להשתמש במהלך החישוב: לפתור את התרגיל כשהוא אומר מילים בקטגוריה המתאימה (שלושים ועוד חמישים שווה שמונים) או בתור מילים של יחידות בלבד (מתאר את התרגיל ״80 = 30+50״ על ידי שלוש ועוד חמש שווה שמונה). כפי שנראה להלן, בחירת האסטרטגיה יכולה להשפיע על טעויות אלה.

טבלה 5. טעויות שומרות קטגוריה עשרונית בניסוי 1

משתתף	מס׳ טעויות ההחלפה	אחוז טעוית שומרות קטגוריה עשרונית	הסיכוי האקראי לקבל לפחות כמספר הזה של טעויות שומרות קטגוריה	האסטרטגיה בה המשתתף בחר בניסוי 1
MYRZ	22	36%	.46	קטגוריה מתאימה
YRYR	65	46%	**.02**	קטגוריה מתאימה
MRLK	99	42%	**.04**	קטגוריה מתאימה
LBMM	50	52%	**.005**	קטגוריה מתאימה
SRRG	95	24%	.98	יחידות בלבד
ELSK	60	45%	**.04**	קטגוריה מתאימה
DLTN	43	44%	.09	יחידות בלבד

עבור 4 משתתפים (LBMM, YRYR, MRLK, ו-ELSK), כמות הטעויות ששומרות קטגוריה עשרונית מתוך כלל טעויות ההחלפה היתה גבוהה במובהק מהכמות הצפויה תחת השערת האפס לפיה אין שימור קטגוריה. כלומר, למשתתפים אלה יש נטייה מובהקת לשמר קטגוריה עשרונית. לעומתם, אצל שני משתתפים (SRRG, MYRZ) כמות הטעויות שומרות-קטגוריה לא היתה גבוהה במובהק מהכמות הצפויה על-פי השערת האפס, כלומר משתתפים אלה שוברים קטגוריה עשרונית. אצל DLTN הנטייה לשימור קטגוריה היתה מובהקת באופן שולי, כלומר התוצאות לגביו לא חד משמעיות.

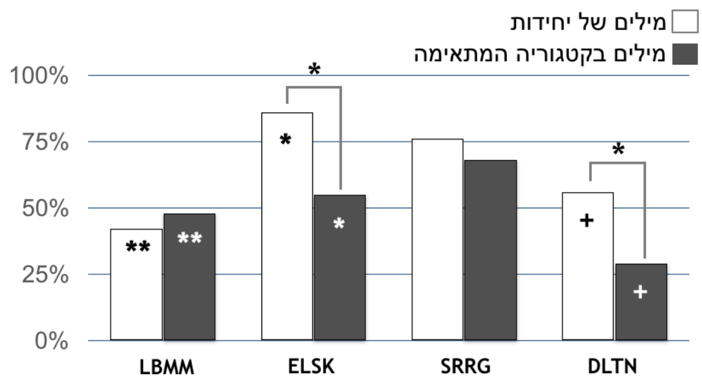
מדוע דווקא SRRG ו-MYRZ עשו טעויות ששוברות קטגוריה עשרונית? בחנתי שני הסברים אפשריים לתופעה זו.

ההסבר הראשון הינו הסבר קוגניטיבי: ייתכן שיש מנגנון קוגניטיבי שעוזר לשמור על הקטגוריה הנכונה. אצל SRRG ו-MYRZ המנגנון הזה לקוי, ולכן נצפה אצלן דפוס של טעויות שוברות-קטגוריה.

הסבר אלטרנטיבי, שרלוונטי רק למשתתפת SRRG (אצלה שבירת הקטגוריה היתה המשמעותית ביותר), מייחס את הטעויות העשרוניות לאסטרטגיה ולא למנגנון קוגניטיבי. המשתתפים LBMM, YRYR, MYRZ, MRLK, ו-ELSK אמרו את התרגיל ותוצאותיו במילים בקטגוריה המתאימה (למשל, אמרו 21+36 בתור ״עשרים ועוד שלושים שווה חמישים, אחת ועוד שש שווה שבע״). לעומתם, SRRG ו-DLTN אמרו את התרגיל ותוצאותיו במילים של יחידות בלבד (״שתיים ועוד שלוש שווה חמש, אחת ועוד שש שווה שבע״). על פי ההסבר האלטרנטיבי, אמירת החישוב במילים בקטגוריה המתאימה, כלומר שימוש במילות מספר שכוללות את הספרה וגם את הקטגוריה העשרונית שלה, מעודדת שמירה של קטגוריה עשרונית. מנגד, שימוש במילים של יחידות בלבד (כמו שעשו SRRG ו-DLTN), שלא כוללות את מידע הקטגוריה העשרונית, מעלה את הסיכוי לבצע טעויות ששוברות קטגוריה עשרונית.

כדי להכריע בין ההסברים הנ״ל, ערכתי ניסוי נוסף (ניסוי 2) בו בדקתי אם האסטרטגיה בה המשתתף עובד, אמירת התרגיל במילים בקטגוריה המתאימה או במילים של יחידות בלבד, משפיעה על דפוס הטעויות (שומרות או שוברות קטגוריה עשרונית). מטרת ניסוי 2 היא שכל משתתף יפתור תרגילי חישוב בכל אחת משתי האסטרטגיות - בתור מילים בקטגוריה המתאימה או בתור מילים של יחידות. בניסוי זה נכללו 4 משתתפים בלבד (LBMM, SRRG, ELSK ו-DLTN). ביקשתי מכל אחד מהם להגיד את המספרים באופן ההפוך מזה שאמר בניסוי 1: מהמשתתפות LBMM ו-ELSK, שבניסוי 1 אמרו מילים בקטגוריה המתאימה, ביקשתי עכשיו לפתור תרגילים כאשר הן אומרות רק מילים של יחידות. מהמשתתפים DLTN ו-SRRG, שאמרו בניסוי 1 רק מילים של יחידות, ביקשתי להגיד מילים בקטגוריה המתאימה. בניסוי זה, המשתתפת LBMM פתרה 19 תרגילים, SRRG פתרה 19 תרגילים, המשתתפת ELSK פתרה 7 תרגילים והמשתתף DLTN פתר 7 תרגילים.

ההסבר הקוגניטיבי, שמייחס את שבירת הקטגוריה למאפיינים הקוגניטיביים של המשתתף ולא לאסטרטגיה זו או אחרת, מנבא שהאסטרגיה לא תשפיע על דפוס הטעויות: המשתתפים יבצעו כמות דומה של טעויות שוברות קטגוריה בשני התנאים - כאשר הם אומרים מילים בקטגוריה המתאימה, וכאשר הם אומרים רק מילים של יחידות. לעומת זאת, ההסבר האסטרטגי מנבא שהמשתתפים יבצעו פחות טעויות שוברות קטגוריה כאשר הם אומרים מילים בקטגוריה המתאימה, ויותר טעויות שוברות קטגוריה כאשר הם אומרים רק מילים של יחידות. כמו כן, בעת שימוש במילים בקטגוריה המתאימה, אחוז הטעויות שוברות הקטגוריה צפוי להתקרב ל-0.



$^{+}p < .1$ $* p < .05$ $** p < .01$

תרשים 3. אחוז הטעויות שוברות קטגוריה בניסוי 1 ובניסוי 2. הכוכביות בתוך כל מלבן מציינות האם שיעור הטעויות שומרות-קטגוריה בתנאי זה היה גבוה באופן מובהק מהשיעור האקראי (1/3). כל ההסתברויות חד-זנביות.

כדי לבדוק את הניבויים אלה, השוויתי בין כמויות הטעויות שוברות-קטגוריה בין שני התנאים בעזרת מבחן השוואת התפלגויות בינומיות. כפי שניתן לראות בתרשים 3, שימוש במילים מהקטגוריה המתאימה לא השפיע על מספר הטעויות שוברות קטגוריה אצל המשתתפות LBMM ו-SRRG, אבל הקטין משמעותית את מספר הטעויות שוברות קטגוריה אצל DLTN ו-ELSK.

המשתתפת SRRG הראתה דפוס שתואם את ההסבר לפיו יש מנגנון קוגניטיבי שעוזר לשמור על הקטגוריה הנכונה: היו לה הרבה טעויות שוברות קטגוריה בלי קשר לאופן בו אמרה את מילות המספר - בתור מילות-יחידות או תוך שימוש בקטגוריה המתאימה. כפי הנראה, בעקבות ליקוי באותו מנגנון קוגניטיבי, ל-SRRG היה קשה לקשר את הספרה לקטגוריה העשרונית המתאימה, והספרה קושרה לקטגוריה עשרונית אקראית. למשל, אם במהלך חישוב תרגיל התקבלה תוצאת הביניים 20, הספרה 2 לא קושרה לקטגוריה העשרונית שלה (עשרות) אלא קושרה בטעות לקטגוריה עשרונית של מאות, ובמקום המילה 20 התקבלה המילה 200. באופן זה, התקבל דפוס של טעויות שוברות-קטגוריה. בפרק הדיון ארחיב לגבי המנגנון הקוגניטיבי הלקוי.

ממצא נוסף שתומך בהסבר הקוגניטיבי לא נובע מהשוואת שתי האסטרטגיות (שימוש במילות-יחידות בלבד לעומת מילים מהקטגוריה המתאימה), אלא מניתוח של האסטרטגיה ה"מועילה" בלבד - המצב בו המשתתפים השתמשו במילים מהקטגוריה המתאימה. לפי ההסבר האסטרטגי, כשהמשתתפים השתמשו באסטרטגיה המועילה הם היו אמורים לשמר את הקטגוריה העשרונית, ולא לעשות טעויות שוברות-קטגוריה. בניגוד לניבוי זה, אפילו כאשר SRRG ו-MYRZ השתמשו באסטרטגיה המועילה, כלומר אמרו מילים בקטגוריה המתאימה, היו להן הרבה טעויות שוברות-קטגוריה, והן לא הראו נטייה מובהקת לשמר את הקטגוריה העשרונית. ההסבר האסטרטגי לא יכול להסביר את דפוס טעויות זה, לכן דפוס זה תומך בהסבר שמייחס את הטעויות שוברות הקטגוריה לליקוי במנגנון קוגניטיבי.

המשתתפים DLTN ו-ELSK הראו דפוס שתואם את היפותזת האסטרגטגיה: כאשר משתתפים אלה השתמשו במילים בקטגוריה המתאימה, כלומר ביטאו את הקטגוריה העשרונית שמתאימה לכל ספרה, היו להם פחות טעויות שוברות-קטגוריה. לעומת זאת, כאשר הם השתמשו במילים של יחידות בלבד, ולא אמרו את הקטגוריה העשרונית המתאימה לכל ספרה, היו להם יותר טעויות שוברות קטגוריה. ככל הנראה, כאשר הם השתמשו רק במילות-יחידות הם התבלבלו ושייכו את הספרה לקטגוריה שגויה, ולכן הפיקו יותר טעויות שוברות-קטגוריה.

עם זאת, למרות שהאסטרטגיה של אמירת מילים בקטגוריה המתאימה עזרה להם, DLTN ו-ELSK עשו לא מעט טעויות שוברות קטגוריה אפילו כאשר הם השתמשו באסטרטגיה המועילה: גם במצב זה, אחוז הטעויות שוברות-הקטגוריה נשאר גבוה מ-0 (Fisher's $p < .02$). גם כאשר MYRZ השתמשה באסטרטגיה המועילה היו לה הרבה טעויות שוברות קטגוריה (היא לא הראתה נטייה לשמר את הקטגוריה, ראו טבלה 5). כלומר, היפותזת האסטרטגיה לא מסוגלת להסביר לחלוטין את קיומן של טעויות שוברות-קטגוריה DLTN, ELSK ו-MYRZ. ייתכן שבנוסף להשפעת האסטרטגיה, גם אצל המשתתפים האלה היתה מעורבות של אותו ליקוי קוגניטיבי שראינו לעיל אצל SRRG.

הממצאים לגבי המשתתף DLTN מעניינים במיוחד כדי להבין את השפעת האסטרטגיה. האסטרטגיה בה DLTN בחר להשתמש באופן טבעי בניסוי 1 היתה אמירה במילים של יחידות בלבד. בניסוי 2 הוא התבקש להשתמש באסטרטגיה של מילים בקטגוריה המתאימה, והשימוש באסטרטגיה החדשה גרם לו לבצע פחות טעויות שוברות קטגוריה. המסקנה מכך היא שאסטרטגיה יעילה, אמירת החישוב במילים בקטגוריה המתאימה, השפיעה על דפוס הטעויות לטובה - היא הובילה לפחות טעויות שוברות קטגוריה - אפילו כאשר זו לא האסטרטגיה שהמשתתף בחר בה באופן טבעי. דפוס הטעויות של המשתתף DLTN שולל את ״טענת ההרגל״ - הטענה לפיה האסטרטגיה שמועילה לנו יותר היא האסטרטגיה אליה אנחנו רגילים. אצל DLTN, האסטרטגיה המועילה היתה דווקא האסטרטגיה החדשה.

3.3. מקור המילים השגויות בטעויות ההחלפה

כפי שראינו לעיל, המשתתפים בניסוי ביצעו בעיקר טעויות החלפה: במקום מילה מסוימת, הם אמרו מילה אחרת. בשני הסעיפים הקודמים ניתחתי את טעויות ההחלפה לפי מילת המטרה: בסעיף 3.1 ניתחתי את הטעויות לפי התפקיד של מילת המטרה בחישוב, ובסעיף 3.2 בדקתי האם הטעויות משמרות את הקטגוריה העשרונית של מילת המטרה. כעת, ברצוני לבחון את המאפיינים של **מילת הטעות**: כאשר משתתף היה אמור לומר מילה מסוימת ובמקומה אמר מילה אחרת, האם המילה השגויה היתה אקראית או לא?

כדי להבין את מקורן של טעויות ההחלפה, בדקתי האם ניתן להסביר כל טעות החלפה בתור ״זליגה״ של מילים שנאמרו בשלב מוקדם יותר בתרגיל - בתור אחד האופרנדים או בתור תוצאות ביניים. מבחינה פורמלית, שני המקרים האלה הוגדרו כך:

1. זליגת אופרנד: המילה שנאמרה בטעות היא ספרה שהופיעה בתרגיל המקורי. למשל, בתרגיל 517+362 (התשובה הנכונה 879), אם המשתתף ענה 8**1**9, הספרה שנאמרה בטעות בתור ספרת העשרות של התוצאה (1) הופיעה בתור אחת הספרות של האופרנד הראשון (517).
2. זליגת של תוצאת ביניים: המילה שנאמרה בטעות היא ספרה שהופיעה בתור תוצאת-ביניים של שלב קודם. לדוגמה, נסתכל על מקרה בו התרגיל היה 756+ 142 (הפתרון: 898), והמשתתף הגיע לתשובה הסופית **9**98 באופן הבא: ״100 + 700 זה 800, 40 + 50 זה 90, 2 + 6 זה 8 ובסך הכל מתקבל 998״. במקרה זה, ספרת המאות בתוצאה הסופית היא שגויה (9 במקום 8), ואפשר להסביר אותה בתור חזרה על תוצאת הביניים של חיבור העשרות.

אם הטעות לא עמדה באף אחד משני הקריטריונים הנ״ל, כמו בתרגיל 13+62=95, היא נחשבה לטעות אקראית.

נשים לב שייתכן מצב בו טעות תוגדר גם בתור זליגת אופרנד וגם בתור זליגה של תוצאת ביניים. למשל, בתרגיל 123+63=166, ספרת העשרות השגויה בתוצאה (6) יכולה להיות זליגת אופרנד שהגיעה מהאופרנד השני (63), או זליגה של תוצאת ביניים שהגיע מתוצאת הביניים של חיבור ספרות היחידות (3+3=6).

טבלה 6 מציגה, עבור כל משתתף, את אחוז הטעויות שאפשר להסביר בתור זליגת אופרנד או זליגה של תוצאת ביניים, מתוך כלל טעויות ההחלפה של אותו משתתף.

טבלה 6. טעויות החלפה ומקורן האפשרי בתור ״זליגה״ משלבי-עיבוד קודמים

משתתף	מס׳ טעויות החלפה	זליגה אפשרית מ... אופרנדים	זליגה אפשרית מ... תוצאות ביניים	טעויות אקראיות
MRLK	68	37%***	7%	11%
SRRG	41	73%*	51%	21%
ELSK	44	98%***	11%	11%
DLTN	31	90%***	16%	3%
LBMM	50	56%*	20%	0%
YRYR	9	11%	11%	13%
MYRZ	7	69%	31%	0%

*p** < .05, *p*** < .01, *p**** < .001

מבחינה מספרית, לכל המשתתפים פרט ל-YRYR היו יותר טעויות שניתן להסביר בתור זליגות אופרנד מאשר טעויות שניתן להסביר בתור זליגות של תוצאות ביניים. למרות הפער הגדול, קיימת אפשרות שהדפוס הזה הוא אקראי בלבד: נזכור שהסיכוי שטעות אקראית תסווג בתור זליגת אופרנד (חוזרת על אחת מהספרות בתרגיל) גבוה משמעותית מהסיכוי שטעות אקראית תסווג בתור זליגה של תוצאת ביניים (חוזרת על אחת מתוצאות הביניים), זאת כיוון שבתרגילים היו בדרך כלל 6 ספרות אופרנד, אבל הרבה פחות ספרות בתוצאות הביניים. כדי לבדוק אם הדפוס הזה הוא אקראי או לא, בדקתי אם כמות זליגות האופרנד גבוהה באופן מובהק

מכמות הטעויות מסוג זה שצפויה להתרחש באופן אקראי, והאם כמות זליגות תוצאות הביניים גבוהה באופן מובהק מכמות הטעויות מסוג זה שצפויה להתרחש באופן אקראי. בדיקה זו נעשתה באופן בלתי תלוי לכל אחד משני סוגי טעות - כלומר היא עשויה להוביל למסקנה שלמשתתף מסוים יש שיעור גבוה של זליגות אופרנד, של זליגות תוצאות ביניים, של שני סוגי הטעויות, או של אף אחד מהם.

ראשית בדקתי את זליגות האופרנד. עבור כל משתתף, בדקתי אם כמות זליגות האופרנד שלו חורגת מהכמות הצפויה תחת השערת האפס לפיה ההחלפות הן אקראיות. לדוגמה, אם בתרגיל 315+482 המשתתף אמר 80+10=30, ייתכן שהתשובה השגויה 30 נבעה מ״זליגה״ של הספרה 3 מהאופרנד הראשון, אבל השערת האפס טוענת שהמילה 30 היתה טעות אקראית. לכל משתתף חישבתי את הסיכוי שהחלפות אקראיות יובילו, באופן מקרי, לכמות של ״זליגות האופרנד״ שהתקבלה בפועל.
החישוב התבצע באופן הבא. ראשית חישבתי, עבור כל אחת מטעויות ההחלפה, את הסיכוי שטעות אקראית בספרה זו תסווג בתור זליגת אופרנד. עבור כל מילה בתוצאה יש 8 טעויות החלפה אפשריות: 9 מילים אפשריות, בהתאמה לספרות 1-9 (לספרה ״0״ אין מילה - היא נחשבת בתור טעות השמטה ולא בתור טעות החלפה), פחות המילה הנכונה (ספרת המטרה). מתוך 8 האפשרויות האלה, חלק מהספרות הופיעו בתרגיל המקורי, והפקה אקראית של כל אחת מהן תסווג בתור זליגת אופרנד. לדוגמה, בתרגיל 123+456, תוצאת חיבור היחידות היא 9. אם המשתתף טועה בספרה זו, הוא יכול להגיד אחת מ-8 ספרות שגויות אפשריות (1-8), מתוכן 6 הופיעו בתרגיל המקורי (1-6). במקרה זה, הסיכוי לקבל זליגת אופרנד באופן אקראי הוא 75% = 8 / 6. לעומת זאת, אם הוא טועה בספרת המאות, רק 5 מתוך 8 הספרות השגויות האפשריות הופיעו בתרגיל המקורי (1, 2, 3, 4, 6; הספרה 5 אמנם הופיעה בתרגיל המקורי אבל היא התשובה הנכונה). לכן במקרה זה, הסיכוי לקבל זליגת אופרנד באופן אקראי הוא 62.5% = 8 / 5.
מבחינה מתמטית, עבור כל טעות החלפה שהמשתתף עשה, בין אם היא היתה זליגת אופרנד או לא, חישבתי את הסיכוי שטעות בספרה זו תהיה זליגת אופרנד באופן אקראי (RSE = Random Source Error). הסיכוי חושב בתור מספר הספרות באופרנדים שאינן התשובה הנכונה, מחולק ב-8 (מספר האפשרויות להגיד מילה שגויה):

$$p(RSE) = \frac{\#\ of\ nonanswer\ operand\ digits}{8}$$

כאמור, הערך p(RSE) חושב בנפרד עבור כל אחת מהטעויות של המשתתף.

בשלב השני בדקתי, עבור כל משתתף, אם מספר זליגות האופרנד שנצפו אצלו בפועל (N_{source}) היה גדול במובהק מכמות הטעויות הצפויה באופן אקראי לפי החישוב הנ״ל. ניתחתי את כל $N_{substitution}$ טעויות ההחלפה של אותו משתתף. כל אחת מהן יכולה להיות זליגת אופרנד או לא, כלומר עבור כל טעויות ההחלפה יחדיו, יש $2^{N_{substitution}}$ קובמינציות אפשריות לסווג כל טעות בתור זליגת אופרנד או לא-זליגת אופרנד. ההסתברות לקבל קומבינציה ספציפית היא מכפלה של $N_{substitution}$ ההסתברויות שמרכיבות את אותה קומבינציה, כאשר כל אחת מההסתברויות האלה היא p(RSE) או 1-p(RSE) של טעות ספציפית. ההסתברות לקבל באופן אקראי לפחות N_{source} זליגות אופרנד היא סכום ההסתברויות של הקומבינציות בהן יש N_{source} זליגות אופרנד או יותר. אם הסתברות זו נמוכה, משמע שלאותו משתתף יש נטייה מובהקת, באותם מקרים בהם ביצע טעות החלפה, להגיד במקום ספרת המטרה את אחת הספרות שהופיעו בתרגיל

המקורי. טבלה 6 מציגה את רמת המובהקות שחושבה באופן זה לכל משתתף. ל-4 משתתפים היתה נטייה מובהקת לבצע זליגות אופרנד.

עבור כל משתתף, בדקתי באופן דומה גם אם כמות זליגות תוצאות הביניים גבוהה במובהק מהכמות הצפויה תחת השערת האפס לפיה ההחלפות הן אקראיות. ראשית, חישבתי - עבור כל טעות החלפה - את הסיכוי שהיא תסווג בתור זליגה של תוצאת ביניים גם אם ההחלפה היתה אקראית. החישוב בוצע בשיטה דומה לזו שתוארה לעיל לגבי זליגות האופרנד. גם כאן, עבור כל מילה יש 8 טעויות אפשריות, ומתוכן חלק מהספרות הופיעו בתור תוצאת ביניים של שלב קודם, והפקה אקראית של אחת מהן תסווג בתור זליגה של תוצאת ביניים. לדוגמה, בתרגיל 261+734, תוצאת חיבור היחידות היא 5. אם המשתתף טועה בספרה זו, הוא יכול להגיד אחת מ-8 ספרות שגויות אפשריות (1,2,3,4,6,7,8,9), מתוכן רק אחת הופיעה בתוצאות הביניים של שלב קודם (הספרה 9). לפיכך, הסיכוי שהחלפה אקראית בספרה זו תסווג בתור זליגה של תוצאת ביניים הוא 1 / 8 = 12.5%.

מתמטית, עבור כל טעות החלפה שהמשתתף עשה, בין אם היא היתה זליגה של תוצאת ביניים או לא, חישבתי את הסיכוי שטעות בספרה זו תהיה זליגה של תוצאת ביניים באופן אקראי (RIE = Random Intermediate Error). הסיכוי חושב בתור מספר הספרות בתוצאות הביניים שאינן התשובה הנכונה, מחולק ב-8 (מספר האפשרויות להגיד מילה שגויה):

$$p(RIE) = \frac{\#\ of\ nonanswer\ intermediate\ digits}{8}$$

חישוב המובהקות עבור משתתף מסוים בוצע באותו אופן שתואר לעיל לגבי זליגות האופרנד. כדי לבדוק אם מספר הזליגות מתוצאות הביניים שנצפו אצל המשתתף בפועל ($N_{intermediate}$) היה גדול במובהק מהכמות הצפויה באופן אקראי, ניתחתי את כל $N_{substitution}$ טעויות ההחלפה של אותו משתתף. יש $2^{N_{substitution}}$ קומבינציות אפשריות לסווג את $N_{substitution}$ הטעויות בתור ביניים או לא-ביניים. ההסתברות לקבל קומבינציה ספציפית היא מכפלה של $N_{substitution}$ ההסתברויות שמרכיבות את אותה קומבינציה - כל אחת מהן היא p(RIE) או 1-p(RIE) של טעות ספציפית. ההסתברות לקבל באופן אקראי לפחות $N_{intermediate}$ זליגות אופרנד היא סכום ההסתברויות של הקומבינציות בהן יש $N_{intermediate}$ זליגות מתוצאות ביניים או יותר. טבלה 6 מציגה את רמת המובהקות שחושבה באופן זה לכל לכל משתתף. לאף אחד מהמשתתפים לא היתה נטייה מובהקת לזליגות מתוצאות הביניים.

אצל 5 משתתפים (ELSK, SRRG, MRLK, DLTN ו-LBMM) אחוז הטעויות של זליגת אופרנד היה גבוה באופן מובהק מהסיכוי לבצע טעויות אלו באופן אקראי, ואילו אחוז הטעויות של זליגה מתוצאות ביניים לא היה גבוה יותר מהסיכוי לבצע טעויות אלו באופן אקראי. אך אצל YRYR מתקבל דפוס טעויות שונה: אחוזים דומים, ונמוכים יותר, של זליגות אופרנד וזליגות מתוצאות ביניים. ייתכן כי אצל רוב המשתתפים יש יותר טעויות זליגה מהאופרנדים של התרגיל המקורי כי אצלם ייצוג התרגיל המקורי היה חזק יותר (למשל בעקבות כך שהם חזרו עליו כמה פעמים לפני שהתחילו לחשב).

המשתתפת YRYR דיווחה שהיא מדמיינת את הספרות באופן ויזואלי כדי לפתור את התרגיל (למרות ההנחיות שלי, היא לא הצליחה להימנע מאסטרטגיה זו). YRYR היתה היחידה שדיווחה על שימוש באסטרטגיה הויזואלית הזאת, וגם ביצעה פחות זליגות אופרנד ביחס למשתתפים האחרים. שיערתי שיש

קשר בין הדברים: ייתכן שהאסטרטגיה הויזואלית עזרה לה להימנע מזליגות אופרנד. באופן יותר ספציפי, שיערתי כי 2 הסוגים השונים של הזיכרון הפעיל - הפונולוגי, ששומר מידע באופן שמיעתי, והויזואלי, ששומר מידע חזותי (Baddeley, 1994) - יכולים להסביר את דפוס הטעויות הייחודי של YRYR. בזכות העובדה ש-YRYR מדמיינת את הספרות במהלך חישוב התרגיל, היא למעשה מפצלת את המידע לשני מנגנוני זיכרון שונים, אחד פונולוגי (בדומה ליתר המשתתפים) ואחד נוסף ויזואלי. Baddeley טען כי למנגנון היוזואלי של הזיכרון הפעיל ולמנגנון הפונולוגי של הזיכרון הפעיל יש קיבולת נפרדת ובלתי תלויה (;Baddeley, 2010 Baddeley & Hitch, 1974) ואף נמצא כי ספאן הזיכרון לספרות גדל כאשר חלק מהספרות הוצגו באופן וזיאולי וחלקן באופן שמיעתי (Frick, 1984). לכן שיערתי כי בעת שימוש בשני מנגנוני זיכרון שונים, YRYR הגדילה את קיבולת הזיכרון הכוללת שלה.
כמו כן, ההפרדה ל-2 מנגנוני זיכרון שונים לא רק מגדילה את הקיבולת הכוללת של הזיכרון אלא יוצרת הבדל איכותי בין הייצוג של אופרנדים ותוצאות ביניים. ההבדל בין הייצוגים מקטין את הסיכוי ש-YRYR תשלוף מילת אופרנד (ויזואלי) במקום תוצאת ביניים (פונולוגי).

שיערתי כי מודל זה יכול להסביר את דפוס הטעויות של YRYR: אם קיבולת הזיכרון הכוללת שלה במטלת החישוב גבוהה יותר, הזיכרון של מילות האופרנדים ושל תוצאות הביניים צפוי להיות טוב יותר. הודות לכך היא מבצעת טעויות החלפה, כולל זליגות אופרנד, בשיעור נמוך יותר מהמשתתפים האחרים. לעומת זאת, יתר המשתתפים שומרים את המידע במאגר הפונולוגי בלבד. לכן אין להם תמיכה נוספת בזיכרון. לאור כך שחזרו יותר פעמים על ספרות האופרנדים, זיכרון האופרנדים מיוצג באופן יציב יותר וכאשר הם עושים טעות, יש לה סבירות גבוה יותר להיות טעות מסוג זליגת אופרנד.

כדי לבדוק את השערה זו ביצעתי ניסוי נוסף (ניסוי 3), בו הוספתי הפרעה ויזואלית: תוך כדי פתרון התרגיל, YRYR צפתה בסרטון של צורות בצבעים שונים שזזות ומשתנות, בסגנון קליידוסקופ (נספח א׳). קיויתי שההפרעה הויזואלית הזאת תעמיס את הזיכרון הפעיל הויזואלי, ותקשה על YRYR להשתמש באסטרטגיה של דמיון ויזואלי של הספרות במהלך פתרון התרגיל.

אם האסטרטגיה של YRYR אכן עזרה לה להשתמש בזיכרון ויזואלי, וזו היתה הסיבה לכך שהיו לה מעט זליגות מהאופרנדים, הרי שבניסוי 3 (חישוב עם ההפרעה הויזואלית) אמורות להיות לה יותר טעויות מסוג זליגת אופרנד מאשר בניסוי 1 (חישוב ללא ההפרעה הויזואלית). מנגד, אם ההשערה אינה נכונה, ההפרעה לא אמורה להשפיע על מספר זליגות האופרנד, ובניסוי 3 יתקבלו תוצאות דומות לאלה של ניסוי 1

התוצאות איששו את השערתי. זליגות האופרנד בניסוי 1 עמדו על 11% ובניסוי 3 על 44%, כלומר ההפרעה הויזואלית הגדילה את אחוז זליגות האופרנד באופן מובהק (Fisher's p = .02). לעומת זאת, זליגות הביניים בניסוי 1 עמדו על 11% ובניסוי 3 על 18%, ולא היה בין טעויות אלו הבדל מובהק (Fisher's p = .26). תוצאות אלה תומכות בהשערה שהאסטרטגיה של YRYR - לדמיין את התרגיל - היא שאיפשרה לה להפחית את כמות טעויות הזליגה, וספציפית את זליגות האופרנד, כנראה ע״י גיוס משאבי זיכרון ויזואלי.

המקרה של YRYR מדגים כיצד ניתן להתאים אסטרטגיה למנגנון הקוניטיבי המוכר של זיכרון פעיל ולחזק את פעולתו. על ידי כך שדמיינה את הספרות, YRYR השתמשה באסטרטגיה שהגדילה את קיבולת הזיכרון הכוללת שלה: לזיכרון יש רכיב ויזואלי ורכיב פונולגי, וכאשר בתרגיל מילולי YRYR הפעילה גם את הזיכרון

הויזואלי היא למעשה חיזקה את הזיכרון שתומך במהלך התרגיל באופן כולל. כלומר ניתן לראות שקיימת אינטראקציה בין האסטרטגיה למנגנונים הקוגניטיביים: יש יתרון לאסטרטגיה שמצליחה להפעיל את המערכת הקוגניטיבית באופן אופטימלי יותר.

4. דיון

מחקר זה ביקש לבדוק לעומק את המנגנונים הקוגניטיביים שמעורבים בחישוב מנטלי של תרגילים אריתמטיים עם כמה שלבים - כאלה שדורשים ביצוע של אלגוריתם חישובי. ביקשתי לאפיין באופן ספיציפי מהם המנגנונים הקוגניטיבים שתומכים בתהליך החישוב, לזהות איך לקויות במנגנונים אלה באות לידי ביטוי בדפוסי טעויות שונים, ולהבין איך הקשר הזה - בין לקויות קוגניטיביות לבין דפוסי טעויות - מושפע מאסטרטגיית הפתרון. כדי לבדוק את הנושאים הללו, בדקתי את תפקודם של 7 משתתפים, כולם עם קשיים במתמטיקה, במטלות של חישוב רב-ספרתי בעל-פה, וניתחתי לעומק את דפוסי הטעויות שלהם.

המחקר העלה שלוש דיסוציאציות מרכזיות. ראשית, לרוב המשתתפים (אך לא לכולם) היו פחות טעויות בשלב בחישוב בו אומרים את האופרנדים כדי לחשב תוצאות-ביניים, ויותר טעויות בשלב בחישוב בו חוזרים על תוצאות-הביניים כדי למזג אותן לתוצאה הסופית. שנית, חלק מהמשתתפים נטו לבצע טעויות החלפה שמשמרות את הקטגוריה העשרונית של המילה (לדוגמה, להחליף את המילה ״שלושים״ ב״חמישים״ אבל לא ב״חמש״), ואילו משתתפים אחרים החליפו מילים באופן אקראי, כולל טעויות שוברות-קטגוריה. אצל חלק מהמשתתפים - אבל לא אצל כולם - הנטייה לבצע טעויות שוברות-קטגוריה הושפעה מאסטרטגיית הפתרון: היו להם פחות טעויות שוברות-קטגוריה כאשר הם אמרו את התרגיל עם מילים בקטגוריה המתאימה, ולא השתמשו רק במילים של יחידות. לבסוף, כאשר ניתחתי את טעויות ההחלפה (שהיוו את הרוב המכריע של הטעויות) בתור ״זליגה״ אפשרית של מילות-מספר שנאמרו בשלב קודם בתרגיל, מצאתי כי אצל כל המשתתפים חוץ מאחת אפשר להסביר את הטעויות בתור ״זליגה״ של ספרות מהאופרנדים של התרגיל אבל לא בתור ״זליגה״ של תוצאות הביניים. בפרקים להלן אדון בפירוט בכל אחד משלושת הממצאים האלה.

4.1. ממצא 1: דיסוציאציה בין טעויות באמירת האופרנדים או במיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית - מעידה על תתי-תהליכים נפרדים בתוך הזיכרון הפעיל

בפתרון תרגיל חישוב רב-ספרתי, ראשית אומרים את האופרנדים (2+3) ולאחר מכן אומרים את תוצאת הביניים (5). לכל המשתתפים במחקר, חוץ מלמשתתפת אחת (YRYR), היו פחות טעויות החלפה בשלב אמירת האופרנדים כדי לחבר/להכפיל כל זוג ספרות ולקבל תוצאת ביניים, ויותר טעויות בשלב הבא, בו מיזגו את כל תוצאות-הביניים כדי לקבל את התוצאה הסופית. הראיתי שלא ניתן להסביר את הדיסוציאציה הזאת בתור נטייה לבצע יותר טעויות ככל שמתקדמים יותר בתרגיל (בגלל הזמן שחולף, או בגלל עומס הזיכרון שעולה ככל שמצטברות בזיכרון תוצאות ביניים): אמנם יש השפעה מסוימת לזמן שחולף, אבל היא לא מעלה את הטעויות באופן ליניארי. בנוסף, לפחות אצל משתתפת אחת, השפעת הזמן החולף רחוקה מלהסביר את הקפיצה הדרמתית בשיעור הטעויות בשלב של מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. לפיכך, הסקתי כי לדיסוציאציה יש מקור קוגניטיבי: נראה כי קיים תהליך אחד שגורם לטעויות בשלב אמירת האופרנדים, ותהליך אחר שגורם לטעויות בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית.

אם אכן סוגי הטעויות השונים נגרמים על ידי שני תהליכים שונים, מהם אותם שני תהליכים? ניתן להציע לפחות שני מודלים שיתארו זוג תהליכים כזה. להלן אתאר בפירוט את כל אחד מהם.

מודל א׳: ליקוי סלקטיבי באחד משני מאגרי זיכרון נפרדים

בדומה לרעיון של Tulving (1983) שהציע תת חלוקה של הזיכרון אשר מבוססת תוכן, לזיכרון סמנטי ואפיזודי, המודל הראשון שאציג כאן מציע כי קיימים שני מאגרי-זיכרון נפרדים בתוך הזיכרון לטווח קצר / הזיכרון הפעיל. המאגר הראשון שומר את ספרות האופרנדים, ואילו המאגר השני שומר את תוצאות הביניים (להלן ״מאגר האופרנדים״ ו״מאגר הביניים״). אצל כל הנבדקים חוץ מ-YRYR, הליקוי העיקרי הוא במאגר הביניים, ולכן רוב הטעויות יהיו בניסיון לשלוף את תוצאות הביניים כדי להגיע אל התוצאה הסופית. כך, דפוס הטעויות המתקבל יהיה בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. אצל המשתתפת YRYR הליקוי קיים בשני המאגרים במידה שווה (והוא פחות חמור מאשר אצל המשתתפים האחרים), ולכן רואים אחוזים דומים של טעויות בשלב אמירת האופרנדים ובשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית.

תרשים 4. מודל 2 המאגרים

Oberauer (2007) הציע כי בזיכרון הפעיל מתרחש תהליך של קישור (ביינדינג) בין המידע לבין רמזי השליפה שלו. לכן, קיימת אפשרות נוספת, לפיה האופרנדים ותוצאות הביניים נסמכים על ייצוגים שונים של רמזי שליפה. כלומר, האופרנדים ותוצאות הביניים לא מאוחסנים בשני מאגרים שונים אלא במאגר אחד, אבל בתוך המאגר הזה יש לאופרנדים ולתוצאת-ביניים ייצוגים שונים, שנבדלים זה מזה בסוג של רמזי השליפה. לפי פירוש זה, לרוב המשתתפים יש קושי בייצוג רמזי השליפה של התוצאות ואילו ל-YRYR יש קושי קטן יותר, הן בייצוג רמזי השליפה של התוצאות והן בייצוג רמזי השליפה של האופרנדים.

מודל ב׳: ליקוי סלקטיבי בתהליכי העברת מידע

המודל השני שיכול להסביר את הדיסוציאציה מתבסס על המודל של Oberauer (Oberauer, 2002) לזיכרון פעיל. לפי Oberauer, הזיכרון הפעיל מורכב משלושה רכיבים: הראשון הינו אוסף אלמנטים מהזיכרון לטווח ארוך שנמצאים ברמת אקטבציה גבוהה יותר (activated part of LTM, להלן ALTM): תפקידו לזכור את כל המידע שיידרש לשליפה מאוחרת יותר. הרכיב השני הינו region of direct access (RDA) שתפקידו

להחזיק מספר קטן של פריטים שעליהם מפעילים תהליך קוגניטיבי מסויים. לרכיב זה יש קיבולת מוגבלת, כ-3-4 פריטים. הרכיב השלישי הוא המיקוד הקשבי (FOA ,focus of attention) שתפקידו להחזיק פריט מידע אחד ספיציפי שעליו תתבצעה המניפולציה הקוגניטיבית הבאה. שלושת הרכיבים האלו לא מתארים 3 איזורים שונים בזיכרון, אלא 3 רמות של אקטיבציה, או 3 סוגים שונים של אקטיבציה, שכל פריט מידע יכול להיות בהן.

בעזרת מודל הזיכרון של Oberauer, אפשר להסביר כיצד מבוצע תהליך החישוב התקין באופן הבא: כל הספרות של התרגיל והתוצאות מאוחסנות ב-ALTM. בכל פעם שמבצעים חישוב ספיציפי (למשל חיבור 2 ספרות העשרות, או 2 ספרות היחידות), האופרנדים של אותו חישוב והתוצאה שלו נשמרים ב-RDA (כלומר, האקטיביציה שלהם משתנה). אם אותו חישוב ספציפי מתמקד בכמה ספרות שונות בזו אחר זו, כל ספרה שמתמקדים עליה נמצאת ב-FOA.

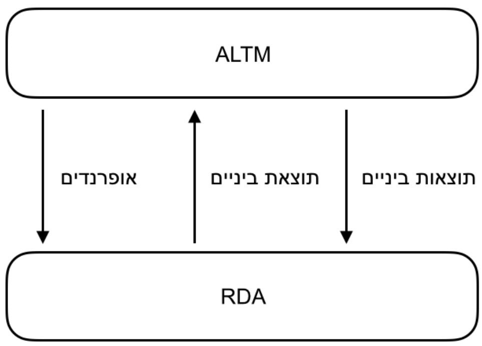
למשל, כאשר מתחילים לפתור את התרגיל 21+43, כל המילים של האופרנדים - 20,1,40,3 - נמצאות ב-ALTM (① בתרשים 5). נניח שהמשתתף מחבר קודם את העשרות ואז את היחידות. לצורך חיבור העשרות, המילים 20 ו-40 יועברו ל-RDA כדי שאפשר יהיה לחבר אותן (②). תוצאת הביניים של החיבור (60) תיכנס ל-RDA (③), ואז תועבר ממנו אל ה-ALTM על מנת לפנות את ה-RDA לשלב הבא בחישוב (④). אותו תהליך יתבצע גם עבור מילות היחידות 1 ו-3: הן יעברו ל-RDA, סכומן יחושב (⑤), והתוצאה 4 תתווסף אל ה-ALTM (⑥). בשלב זה הסתיים חישוב תוצאות הביניים, ויש למזג אותן לתוצאה סופית. לצורך כך, תוצאות הביניים 60 ו-4 יועברו מה-ALTM ל-RDA והמשתתף ימזג אותן ויגיע אל התוצאה הסופית, 64 (⑦).

תרשים 5. השלבים בתהליך החישוב לפי מודל הזיכרון של oberauer

ברוב החישובים האריתמטיים, כל חישוב ספציפי מתבצע על זוג ספרות שנמצאות ב-RDA. כדי לבצע את החישוב בפועל, יש למקד את ה-FOA בספרות בזו אחר זו. בחיסור כמו 9-4, יש להתמקד קודם במחוסר 9 ואז במחסר 4. בחיבור, מתמקדים ככל הנראה קודם במחובר הגדול ואז במחובר הקטן (Dehaene & 2017, Pinheiro-Chagas, Dotan, Piazza). עם זאת, המודל שאציע להלן לא עוסק בשינוי המידע ב-FOA אלא רק בהעברת המידע בין ALTM לבין RDA.

במסגרת מודל זה, ניתן להסביר את דפוס התפקוד של כל המשתתפים (חוץ מ-YRYR) בתור ליקוי סלקטיבי בהעברת המידע מ-RDA ל-ALTM, ללא ליקוי בהעברת מידע בכיוון ההפוך (מ-ALTM ל-RDA). דיסוציאציה כזאת נשמעת לגמרי סבירה תחת המודל של Oberauer, כיוון שתהליכי העברת המידע בשני הכיוונים (מ-RDA ל-ALTM או להיפך) שונים זה מזה לפחות בשני היבטים: ראשית, כל ״העברת מידע״ כזאת היא אקטיבציה של פריט באופן מסוים, ו-Oberauer מציע שמדובר על 2 אופני אקטיבציה שונים ב-ALTM וב-RDA. שנית, התהליכים ש״בוחרים״ את הפריט אותו יש להעביר שונים זה מזה בשני המקרים - במקרה אחד מדובר בבחירת אופרנדים מתאימים לפי אלגוריתם החישוב לצורך העברתם אל ה-RDA, ובמקרה השני מדובר בבחירת תוצאת החישוב לצורך החזרתה ל-ALTM.

הבה נדגים איך ליקוי סלקטיבי בהעברת המידע מ-RDA ל-ALTM יפגע בתהליך החישוב. בפתרון התרגיל 21+43, תהליך החישוב מתחיל כפי שתואר לעיל בתרשים 5, עם המילים 20,1,40,3 ב-ALTM. בשלב אמירת האופרנדים המילים של העשרות, 20 ו-40, מועברות ל-RDA כדי לבצע את חיבורן. העברת המידע ל-RDA היא תקינה, לכן חישוב תוצאת הביניים יתבצע באופן תקין. אחרי שהחישוב בוצע, תוצאת הביניים 60 צריכה לעבור מה-RDA ל-ALTM. הליקוי בהעברת מידע מ-RDA ל-ALTM יכול לגרום לטעות בשלב זה, כך שהמילה שתוחזר אל ה-ALTM תהיה מילה שגויה, למשל 20 במקום 60. בשלב הסופי של החישוב, בו תוצאות הביניים מוחזרות ל-RDA כדי למזג אותן, התוצאה שתועבר ל-RDA תהיה התוצאה השגויה שאוחסנה ב-ALTM (60). כלומר, הליקוי הזה יתבטא בטעות במיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית, ללא טעויות באמירת האופרנדים.
ליקוי בהעברת מידע בכיוון ההפוך - כלומר, מ-ALTM ל-RDA - יגרום לטעויות רבות יותר בתהליך החישוב. כבר בשלב הראשון של החישוב, בו יש להעביר את שתי מילות העשרות (או היחידות) מ-ALTM ל-RDA כדי לחבר אותן, עלולות ליפול טעויות. לפיכך, ליקוי כזה יכול לגרום לתוצאות באמירת האופרנדים. גם בשלב מיזוג האופרנדים יש להעביר מידע (תוצאות ביניים) מ-ALTM ל-RDA, לכן הליקוי הנ״ל יגרום לטעויות גם בשלב זה. כלומר, ליקוי בהעברת מידע מ-ALTM ל-RDA צפוי לגרום לטעויות בכל השלבים.



תרשים 6. תהליך העברת המידע במודל העברת מידע

במחקר שלי, נראה כי כל המשתתפים מלבד YRYR נוטים לטעויות בשלב התוצאה. מודל העברת המידע יסביר את דפוס התוצאות שלהם בתור ליקוי בהעברת מידע מה-RDA ל-ALTM. לעומת זאת הטעויות של YRYR מתחלקות בין שלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית לשלב אמירת האופרנדים באופן דומה, ועל כן כנראה שאצלה יש בעיה של העברת מידע בשני הכיוונים, והליקוי שלה קל יותר מאשר הליקוי של המשתתפים האחרים.

המשמעויות לגבי מודלים של זיכרון פעיל

ממצאי המחקר הנוכחי לא מסוגלים להכריע בין שני המודלים שהצעתי כאן: שני המודלים יכולים להסביר את דפוסי הטעויות שהתקבלו. מחקרי המשך יוכלו להכריע בין שני המודלים ולקבוע אם אחד מהם (או שניהם) מתארים היטב את המבנה של זיכרון פעיל, ואם אחד מהם או שניהם מהווים את ההסבר לדפוסי טעויות כמו אלה שהתקבלו כאן.

עם זאת, שני המודלים הנ״ל מרחיבים את המודלים הקיימים של זיכרון פעיל, ומציעים ״פירוק״ (breakdown) של מבנה הזיכרון עצמו. בנוסף, כל אחד משני המודלים מציע תיאור מפורט של אופן הפעולה של הזיכרון הפעיל בתהליך החישוב.

מבחינת אופן הפעולה של הזיכרון בזמן חישוב, ידוע כי זיכרון הפעיל תומך בתהליך החישוב, אך לא ידוע כיצד: מחקרים רבים הראו מתאם בין קיבולת זיכרון פעיל גבוהה לבין הישגים מתמטיים בכלל (Adams & Hitch, 1998; Andersson & Lyxell, 2007; Berg, 2008; Gathercole et al., 2004; McLean & Hitch, 1999; Passolunghi & Siegel, 2004; Swanson & Beebe-Frankenberger, 2004; Swanson & Kim, 2007) ויכולת חישוב בפרט (DeStefano & LeFevre, 2004). וכן כי יכולות ירודות של זיכרון פעיל יובילו לקשיים בהתליך החישוב (Viterbori, Usai, Traverso & De Franchis ,2015). מכאן ידוע שזיכרון פעיל הוא מנגנון קריטי בתהליך החישוב. עם זאת, לא ידוע מהו התפקיד המדויק של כל רכיב זיכרון בתהליך החישוב האריתמטי. כאן אני מציעה שני מודלים ספציפיים לגבי האופן בו תהליך זה מתנהל, ולגבי ההשפעה המדויקת של ליקויים סלקטיביים ברכיבי זיכרון ספציפיים.

כאמור לעיל, שללתי הסבר אלטרנטיבי לדיסוציאציה בין הטעויות בשני השלבים, לפיו כמות הטעויות הולכת ועולה ככל שמתקדמים בפתרון התרגיל - למשל בגלל דעיכה של המידע בזיכרון, או בגלל העומס ההולך וגדל על הזיכרון הפעיל ככל שנוספות אליו עוד תוצאות-ביניים. עם זאת, למרות ששני הגורמים האלה נשללו בתור הסבר לדיסוציאציה, עדיין ייתכן (ואולי אפילו סביר) שיש להם השפעה מסויימת על התוצאות. מחקרי המשך יוכלו לבדוק מהי מידת השפעתם של גורמים אלו.

4.2. ממצא 2: דיסוציאציה בין טעויות משמרות קטגוריה לטעויות שאינן משמרות קטגוריה - מעידה על קיומו של מנגנון ביינדינג ועל החשיבות של אסטרטגיית פתרון התרגיל

למשתתפים ELSK, MRLK, YRYR ו-LBMM היתה נטייה מובהקת לעשות טעויות ששומרות קטגוריה עשרונית - כלומר, המילה השגויה שייכת לאותה קטגוריה (יחידות, עשרות, מאות) כמו המילה ממנה הספרה השגויה ״זלגה״. לעומת זאת, למשתתפות SRRG ו-MYRZ לא היתה נטיה מובהקת לבצע טעויות שומרות קטגוריה, ונראה שבטעויות ההחלפה שלהן, הקטגוריות היו אקראיות לגמרי.

כדי להבין האם שמירת קטגוריה או שבירתה קשורה לאסטרטגיה בה בחר המשתתף, בדקתי אם אמירת התרגיל תוך שימוש במילים של יחידות בלבד (למשל להגיד 30+50 בתור שלוש ועוד חמש) גורמת ליותר טעויות שוברות-קטגוריה בהשוואה לאמירה של כל מילה בקטגוריה המתאימה (30+50 = שלושים ועוד חמישים). הרעיון הוא שאם המשתתף אומר כל ספרה בקטגוריה המתאימה, זה עשוי לעזור לו לזכור מה הקטגוריה של כל ספרה, וכך להימנע מטעויות שוברות-קטגוריה. זאת מכיוון שהקישור בין ספרה לקטגוריה העשרונית שלה מקל על שליפת הספרה, ופגיעה בו גורמת לטעויות גסות יותר, שמחליפות ספרה בספרה שכלל לא היתה באותה קטגוריה עשרונית.

הראיתי שאצל משתתפים שונים, הנטיה לדפוס טעויות מסויים נבעה מסיבות שונות: אצל המשתתפת SRRG היה אחוז גבוה של טעות שוברות קטגוריה, וגם לאחר שהתבקשה להגיד את התרגיל במילים בקטגוריה המתאימה, לא ניכרה עלייה בשיעור הטעויות שומרות-קטגוריה. מכאן שאי אפשר להסביר את שבירת-הקטגוריות של SRRG בכך שהאסטרטגיה שלה לא היתה יעילה. ישנו כנראה גורם אחר, קוגניטיבי, שמסביר מדוע היא עושה הרבה טעויות שוברות-קטגוריה.

SRRG, שביצעה באופן עקבי טעויות שוברות קטגוריה באחוז גבוה אפילו כאשר השתמשה באסטרטגיה שתוכננה כדי לעזור לה להימנע מכך, איבדה למעשה את הקשר בין הספרה לתפקיד העשרוני שלה. אני מציעה כי קיים מנגנון קוגניטיבי שאחראי על הקשר הזה - מנגנון שתפקידו לעשות ביינדינג בין הספרה לקטגוריה, ומנגנון זה לקוי אצל SRRG. אותו מנגנון לקוי כנראה גם אצל המשתתפת MYRZ, שגם אצלה נצפו הרבה טעויות שוברות קטגוריה אפילו כאשר השתמשה באסטרטגיה ה״מועילה״ (אמירת מילים בקטגוריה המתאימה).

רכיב מסוג זה, שאחראי לבצע ביינדינג בין ספרה לבין הקטגוריה שלה, הוצע גם מחוץ לתחום החישוב, במסגרת מודלים קוגניטיביים שמתארים הפקת מילות מספר בדיבור (Friedmann & Dotan, 2018; Mccloskey, Sokol, & Goodman 1986). מודלים אלה טוענים שכל מילת מספר מזוהה על ידי שני מאפיינים - ערך הספרה (1-9) והקטגוריה - וכדי לשלוף את הצורה הפונולוגית של מילת-מספר צריך לפני כן לבצע ביינדינג של שני המאפיינים האלה. באופן כללי יותר, הרעיון של ביינדינג - מיזוג של סוגי מידע בסיסיים לכדי ייצוג קוגניטיבי מורכב יותר - קיים גם בתחומים אחרים. בשפה, בתהליך של הבנת משפטים, התחביר עוזר לעשות ביינדינג בין המשמעות של מילה בודדת אל המשמעות של ביטוי שלם (Hagoort, 2003; Hagoort et al., 1999). גם התפיסה המקובלת של קשב היא בתור מנגנון אשר עושה אינטגרציה בין מספר

תכוניות של אותו אובייקט (Treisman & Gelade, 1980). גם בתחום של זיכרון פעיל, שרלוונטי מאד למחקר שלי, Oberauer (2007) טען כי זיכרון פעיל הוא למעשה מערכת שעושהביינדינג בין סוגי מידע שונים. לאור כל אלה, קיומו של מנגנון שמבצע ביינדינג של קטגוריה וספרה בזמן החישוב נשמע כמו אפשרות סבירה.

אצל שני משתתפים אחרים, ELSK ו-DLTN, האסטרטגיה כן השפיעה על דפוס הטעויות. אסטרטגיה שהנחתה אותם להגיד מילים בקטגוריה המתאימה הובילה לשיעור נמוך יותר של טעויות שוברות-קטגוריה, ואילו אסטרטגיה שהנחתה אותם להגיד מילים של יחידות בלבד הובילה לשיעור גבוה יותר של טעויות שוברות-קטגוריה. ממצאים אלה מראים את היתרון של אסטרטגיה שמותאמת טוב יותר לאתגר הקוגניטיבי: כאשר אומרים כל ספרה בתור מילה מהקטגוריה העשרונית המתאימה, כלומר משתמשים בייצוג מילולי שכולל גם מידע לגבי המיקום העשרוני של הספרות, זה עוזר לזכור את הקטגוריה העשרונית אליה שייכת כל ספרה, וכך לבצע פחות טעויות שוברות-קטגוריה.

פירוש אלטרנטיבי של השפעת האסטרטגיה הוא שהמשתתפים לא "מרוויחים" מהאסטרטגיה אשר מתאימה יותר לאתגר הקוגניטיבי, אלא מהאסטרטגיה אליה הם רגילים. על פי פירוש זה, המשתתפים טובים יותר בשימוש בשיטה בה הם התנסו יותר, לכן אסטרטגיה מוכרת מובילה אותם לבצע פחות טעויות שוברות-קטגוריה מאשר אסטרטגיה חדשה. הפירוש האלטרנטיבי הזה נשלל על ידי דפוס התוצאות של המשתתף DLTN: הוא עשה פחות טעויות שוברות-קטגוריה כאשר השתמש באסטרטגיה של אמירה במילים בקטגוריה המתאימה, אף על פי שהיא כנראה היתה חדשה עבורו והוא לא היה מיומן בה, כיוון שלא זו האסטרטגיה בה הוא בחר באופן טבעי. ממצא זה שולל את ההסבר האלטרנטיבי של השפעת ההרגל, ומראה כי יש ערך אמיתי לשימוש באסטרטגיה בעלת יתרון קוגניטיבי, אפילו בהשוואה לאסטרטגיה בה אנחנו יותר מיומנים. עם זאת, למרות שהמחקר הנוכחי לא הראה זאת, אין ספק שקיימת חשיבות לרמת המיומנות באסטרטגיה ספציפית: כאשר אנחנו מיומנים באסטרטגיה, קל יותר להוציא אותה לפועל, השימוש בה מיידי, וסביר להניח שתלמידים יהיו טובים יותר בשימוש בשיטה בה הם התנסו רבות והיא מוכרת להם היטב. ניתן אפילו לשער שמיומנות באסטרטגיה ספציפית יכולה אולי להשפיע על המערכת הקוגניטיבית ולגרום לשיפור או לאוטומציה של המנגנונים הקוגניטיביים שאותה אסטרטגיה משתמשת בהם.

מבחינה פדגוגית, המחקר מראה את חשיבות האסטרטגיה בה פותרים את התרגיל. ניתן לראות כי קיימת אסטרטגיה שעוזרת להקטין את מספר הטעויות שוברות קטגוריה: אם אומרים את המילים תוך שימוש בקטגוריה המתאימה ולא ביחידות, זה עוזר לחלק מהמשתתפים (כל עוד אין להם ליקוי קוגניטיבי שמונע זאת, כמו אצל SRRG). מכאן שכדאי לשים לב אם תלמידים פותרים תרגילים תוך שימוש במילים בקטגוריה המתאימה או במילים של יחידות בלבד, ולשים דגש על כך בהוראה. לא כל שכן, לבחירת אסטרטגיה שמתאימה לתלמיד יש כנראה חשיבות גדולה אף יותר בקרב תלמידים עם לקויות למידה מתמטיות.

4.3. ממצא 3: דיסוציאציה בין טעויות של זליגת אופרנדים לטעויות של זליגת תוצאת-ביניים - מראה איך אסטרטגיה יעילה יכולה לשפר את הניצול של משאבים קוגניטיביים

כדי להבין את המקור הקוגניטיבי של הטעויות מסוג החלפת ספרה, בדקתי האם ניתן להסביר כל טעות בתור "זליגה" של מילים שנאמרו בשלב מוקדם יותר בתרגיל - בתור אחד האופרנדים או בתור תוצאת ביניים. לרוב המשתתפים היו יותר טעויות שניתן להסביר בתור זליגות אופרנד מאשר טעויות שניתן להסביר בתור זליגות של תוצאות ביניים. משתתפת אחת, YRYR, הראתה אחוזי טעויות דומים משני הסוגים (ובאופן כללי שיעור נמוך יותר משאר המשתתפים של טעויות שניתן להסביר בתור זליגה). ההבדל בין דפוס הטעויות של YRYR לדפוס הטעויות של שאר המשתתפים נבע, כנראה, מכך ש-YRYR השתמשה באסטרטגיה של לדמיין ויזואלית את התרגיל. אכן, כאשר ביקשתי ממנה לפתור תרגילים ובמקביל יצרתי הפרעה ויזואלית שהפריעה לה לדמיין את ספרות התרגיל, התקבלו טעויות שניתן להסביר בתור זליגות אופרנד מאשר טעויות שניתן להסביר בתור זליגות של תוצאות ביניים - בדומה לדפוס שהפגינו המשתתפים האחרים.

מדוע YRYR היתה היחידה שהפגינה דפוס טעויות שונה? האם הליקוי שלה שונה מזה של יתר המשתתפים, או שהיא, בניגוד לאחרים, הצליחה למצוא אסטרטגיה שעוזרת לה באופן מירבי, והיתה מיומנת בשימוש בה? לדעתי, האפשרות השניה סבירה יותר. ההסבר הסביר ביותר לממצאים האלה קשור לאופן בו המשתתפים ייצגו את המספרים בזיכרון הפעיל, ולאופן בו YRYR הצליחה, על ידי שימוש באסטרטגיה אפקטיבית ספציפית, לשנות את הדרך בה היא מייצגת מספרים בזיכרון הפעיל.

אני מציעה שכל המשתתפים חוץ מ-YRYR הסתמכו על זיכרון פונולוגי בלבד כדי לבצע את החישוב. במצב זה, היו להם יותר טעויות זליגה מהאופרנדים של התרגיל המקורי מאשר זליגות מתוצאות הביניים - אולי מכיוון שייצוג התרגיל המקורי היה חזק יותר (למשל כי הם חזרו עליו כמה פעמים לפני שהתחילו לחשב), ואולי כי מילות התרגיל המקורי שמורות בתת-מאגר נפרד של הזיכרון הפונולוגי, כפי שהצעתי לעיל (סעיף 4.1). המשתתפת YRYR בחרה באסטרטגיה שונה: היא דמיינה את האופרנדים של התרגיל, ויזואלית ממש, וכך איפשרה לעצמה לאחסן אותם במאגר נפרד של זיכרון לטווח קצר - זיכרון ויזואלי. ההפרדה של האופרנדים למאגר זיכרון נפרד עזרה ל-YRYR בשתי דרכים. ראשית, היא הגדילה את קיבולת הזיכרון הכוללת שלה על ידי השימוש בשני מאגרי זיכרון שונים, וכך הפחיתה את עומס הזיכרון (ואת כמות הטעויות). שנית, כיוון שהאופרנדים והתוצאות נשמרו בשני מאגרי זיכרון שונים (ויזואלי ופונולוגי), היא הפחיתה משמעותית את הסיכוי לבלבל ביניהם ולשלוף את אחד האופרנדים במקום תוצאות ביניים. שני הגורמים הללו הובילו לכך ששיעור הזליגות מהאופרנדים אצל YRYR היה נמוך יותר. כאשר לא איפשרתי לה להשתמש באסטרטגיה הזאת (על ידי יצירת הפרעה ויזואלית), דפוס התפקוד שלה הפך להיות דומה יותר לזה של שאר המשתתפים - כמות הזליגות מהאופרנדים עלתה.

המקרה של YRYR מדגים שוב כיצד שימוש מיומן באסטרטגיה ספציפית, שמאחוריה עומד יתרון קוגניטיבי, יכול לתרום להצלחה הכללית בפתרון תרגילים אריתמטיים. בעיני, המקרה של YRYR צריך לטעת בנו אופטימיות לגבי האפשרות ליישם אצל ילדים עם לקויות למידה מגוון מיומנויות שיכולות להוביל להצלחה גבוהה יותר במתמטיקה. היכולת למצוא אסטרטגיות כאלה עשויה להיות מושפעת מגורמים רבים, כולל

מוטיבציה ומאפייני אישיות. אמנם אלה לא נבדקו במחקר הנוכחי באופן פורמלי, אבל במפגשים עם YRYR היא סיפרה כי הקושי במתמטיקה מלווה אותה מאז ומתמיד, והתרשמתי כי יש לה מוטיבציה גבוהה מאוד להצליח ולמרות הקושי הגדול היא לא ויתרה אלא המשיכה להתאמץ ולחפש אסטרטגיות להתמודדות עם הלקות.

4.4. השפעת אסטרטגיית הפתרון על התפקוד הקוגניטיבי

המחקר שלי חשף שתי אסטרטגיות ספציפיות שהשפיעו על רמת התפקוד של המשתתפים, כפי הנראה על ידי כך שהשפיעו על מנגנונים קוגניטיביים ספציפיים.

ראשית, האסטרטגיה של לדמיין את התרגיל ויזואלית (שתוארה בסעיף הקודם) הועילה בפתרון התרגילים האריתמטיים. ההסבר שנתתי לכך הוא שאסטרטגיה זו מאפשרת לנצל שני מאגרי זיכרון במקביל - מאגר הזיכרון הויזואלי כדי לאחסן את האופרנדים, ומאגר הזיכרון הפונולוגי כדי לאחסן את תוצאות הביניים. ניתן לשער כי עשויה לצמוח תועלת גם מאסטרטגיות נוספות שמאפשרות באופן דומה להשתמש בשני מאגרי הזיכרון. למשל, ניתן לשער כי אסטרטגיה שעשויה להועיל היא המחשה ויזואלית בליווי קולי - לומר את התרגיל בקול. אסטרטגיה זו עשויה לעודד הפעלה של שני מאגרי זיכרון שונים, וכך לחלק את העומס הקוגניטיבי ביניהם. המחשה כזאת יכולה להתבצע במגוון תחומים בחשבון, לא רק בתרגילי חישוב כמו אלה שחקרתי כאן. לדוגמה, בתחום לימוד השברים, אסטרטגיה שעשויה להועיל במעבר בין שבר מדומה (למשל 3/2) לשבר מעורב (1/2 1) היא ביטוי השבר בתרשים (שני עיגולים שאחד מהם צבוע במלואו ובשני רק מחציתו), בליווי ספירה קולית של השלמים מתוכו וכך להגיע לשבר המעורב (אחד וחצי).

אסטרטגיה נוספת שנמצאה מועילה היא חישוב תוך כדי שימוש במילים בקטגוריה המתאימה, על פי התפקיד העשרוני של כל ספרה: עדיף לומר את ספרת העשרות בתור מילת עשרות, את ספרת המאות בתור מילת מאות וכו׳, מאשר להשתמש בקטגוריית היחידות לכל התפקידים העשרוניים. אסטרטגיה זו מסייעת לשמר את התפקיד העשרוני של הספרות השונות בתרגיל, וכך מפחיתה את שיעור הטעויות שוברות-הקטגוריה. כיצד האסטרטגיה הזאת מועילה? הסבר אפשרי אחד הוא שזכירת המילה בקטגוריה המתאימה מספקת רמז מורפולוגי לגבי התפקיד העשרוני של הספרה. הסבר אחר, שלא סותר את ההסבר הקודם אלא דווקא משלים אותו, מייחס את האפקטיביות של האסטרטגיה לדמיון בין המילים. במחקר על למידה של לוח הכפל נמצא כי ניתן לשפר את למידת לוח הכפל ע״י חלוקת הלמידה למקבצים של עובדות כפל כאשר בתוך כל מקבץ יש שונות גדולה בין העובדות מבחינת הספרות שחוזרות על עצמן (Dotan & Friedmann, 2019). האסטרטגיה הזאת מועילה כיוון שהיא מקטינה את ההפרעה שנובעת מהדמיון בין העובדות השונות שנלמדות בכל פעם. גם את האסטרגיה של שימוש במילות מספר מהקטגוריה המתאימה ניתן לקשר לצמצום ההפרעה של דמיון בין פריטים: החלוקה לקטגוריות עשרוניות מפחיתה את הסיכוי לבלבול בין רכיבי התרגיל: למשל עבור המספר 392, המילה ״שלוש מאות״ מובחנת יותר מהמילה ״שתיים״, לעומת ההבחנה בין הספרות עצמן בלבד, ״שלוש״ לעומת ״שתיים״, שדומות יותר זו לזו - למשל, כי יש ביניהן דמיון מורפולוגי גדול יותר. בכך,

האסטרטגיה מדגישה את השוני בין הרכיבים השונים, ומסייעת לקשר בין הרכיבים הנכונים מאותה קטגוריה עשרונית, לכן כדאי להשתמש בה.

מתוך המחקר ניתן לראות כיצד ניתוח קוגניטיבי מאפשר לנו לזהות אסטרטגיות יעילות ולהיפך. ישנם ליקויים קוגניטיבים שמפריעים בתהליך החישוב בעיקר כאשר משתמשים באסטרטגיה מסויימת. כלומר ישנן אסטרטגיות ש״חושפות״ ליקוי מסויים שלא היה בא לידי ביטוי, או היה בא לידי ביטוי צורה פחותה, אילולא היו משתמשים בהן. למשל, נראה שליקוי במנגנון ביינדינג בא לידי ביטוי בעיקר כאשר מפעילים אסטרטגיה של אמירת כל המילים בקטגוריית היחידות. כאשר משתמשים באסטרטגיה של אמירה בספרות בקטגוריה המתאימה, השפעת הליקוי הקוגניטיבי הזה קטנה יותר אצל חלק מהאנשים (גם אם לא אצל כולם). קשר כזה בין אסטרטגיה לליקוי נצפה בתחומים רבים, ולמעשה זה אחד העקרונות שעומדים בבסיס של ההוראה המתקנת. מחקרים הראו שאסטרטגיות ממוקדות ומותאמות לליקוי עוזרות להתמודדות עם ליקויים בתחביר (Biran & Fisher, 2014; Levy & Friedmann, 2009;), בקריאה (Deloche, Ferrand, Naud, Baeta, Vendrell & Claros-Salinas, 1992; Friedmann & Rahamim, 2014; Galuschka, Ise, Krick & Schulte-Körne, 2014; Lorusso, Facoetti & Bakker, 2011; Walker, 2014), בכתיבה (Brunsdon Coltheart & Nickels, 2005; Luzzatti, Colombo, Frustaci & Vitolo, 2000), וגם ספציפית בתחום של מתמטיקה - להתמודדות עם ליקויים בקריאה וכתיבה של מספרים (Ablinger at al., 2006; Girelli, Delazer, Semenza & Denes, 1996; Sullivan, 19996), בידע לוח הכפל (Domahs, Lochy, Eibl, & Delazer 2004; Dotan & Friedmann, 2019;), ובתפיסת כמות (Wilson, Revkin, Cohen, Cohen, & Dehaene, 2006;).

בנוסף, ישנם ליקויים קוגניטיבים שמובילים לשימוש באסטרטגיה מסויימת. בעקבות הליקוי הקוגניטיבי, האדם מחפש דרכים לעקוף אותו, וכך הוא בוחר להיעזר באסטרטגיות ספציפיות שמקלות עליו. ניתן לראות דוגמה לכך אצל המשתתפת YRYR שדמיינה את ספרות התרגיל כדי להקל על זיכרונן, בגלל הלקות בזיכרון הפעיל.

4.5. השלכות לגבי לקויות למידה

במהלך המחקר זיהיתי כמה סוגים של לקויות ספציפיות, והצעתי 3 מנגנונים אפשריים ספציפיים שליקוי בהם יכול לגרום לטעויות שראינו במחקר. ראינו את הליקויים בחישוב פשוט, אבל ניתן לשער שהליקויים האלה או דומים להם יכולים לגרום גם לדפוסים אחרים של קשיים.

המנגנון האפשרי הראשון מדבר על תת-חלוקה בתוך הזיכרון הפעיל. אפשרות אחת שהצעתי היא שאחד המאגרים של הזיכרון הפעיל מוקצה לשמירה של ספרות האופרנדים (מאגר האופרנדים), ואילו המאגר השני שומר את תוצאות הביניים (מאגר הביניים). אצל רוב הנבדקים הליקוי העיקרי הוא במאגר הביניים, והוא גורם לטעויות בשלב מיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. אצל משתתפת אחת יש ליקוי בשני המנגנונים במידה שווה שבמתבטא באחוז טעויות דומה.

מנגנון השני שהצעתי קשור גם הוא לזיכרון, ומתבסס על מודל הזיכרון של Oberauer. הצעתי כי כל הספרות של האופרנדים והתוצאות מאוחסנות ב-ALTM. בכל פעם שמבצעים חישוב ספיציפי האופרנדים של אותו

חישוב והתוצאה שלו נשמרים ב-RDA. אצל רוב המשתתפים יש ליקוי בהעברת המידע מ-RDA ל-ALTM שגורם לטעות במיזוג תוצאות הביניים לתוצאה הסופית. אצל משתתפת אחת יש ליקוי בהעברה בשני הכיוונים שבמתבטא באחוז טעויות דומה.

ליקויים מסוג זה, בתהליכי העברת המידע, צפויים להתבטא גם בתחומים אחרים במתמטיקה, כמו בעיות חישוב מסדר גבוה ואלגברה מורכבת. למשל, בחשבון דיפרנציאלי, בעת גזירה של פונקציה מורכבת, נדרש לבודד ביטויים שונים בתרגיל, לעשות עליהם מניפולציה (לגזור אותם) ולהרכיב אותם לביטוי מתמטי חדש. מהות התהליך דומה לזו של פעולות החישוב הבסיסיות, לכן סביר להניח שיש לפחות חפיפה (גם אם לא זהות מוחלטת) בין המנגנונים הקוגניטיביים שדרושים כדי לבצע שני האלגוריתמים האלו. גם אם האלגוריתמים של חשבון דיפרנציאלי מורכבים יותר מחישוב פשוט, לקות בהעברת המידע בין הרכיבים השונים יכולה להתבטא גם כאן באופן דומה. קושי במעבר מ-RDA ל-ALTM יניב שגיאות בשמירת הביטויים החדשים שפותר התרגיל יוצר בתור תוצאות-ביניים. קושי במעבר מ-ALTM ל-RDA יניב קושי נרחב יותר - גם בבחירת הביטוי עליו יש לעשות מניפולציה, וגם באינטגרציה של הביטויים החדשים לביטוי הסופי. דוגמה זו יכולה להתבטא גם בסוגים רבים ומגוונים של חישובים.

המנגנון השלישי שהצעתי הוא מנגנון ביינדינג שתפקידו לקשור בין ספרה לבין הקטגוריה העשרונית שלה. הליקוי בו בא לידי ביטוי בטעויות שוברות קטגוריה, טעויות שבהן הקטוריה העשרונית של המספר משתנה.

אם מנגנון הביינדינג הנ״ל הוא לא ספציפי לספרות וקטגוריות אלא כללי יותר (כפי שהציע Oberauer, 2007), הרי שלקות במנגנון זה יכולה להוביל לקושי בכל מצב בו צריך לקשור בין ביטוי מתמטי לבין התפקיד שלו בתרגיל. היא יכולה למשל להתבטא גם בגיאומטריה. בבעיה גיאומטרית מייחסים לכל צורה, קטע או זווית תכונות וגדלים מסויימים. ליקוי בביינדינג יכול להביא לייחוס של תכונה מסויימת לקטע שגוי. אם למשל תלמיד הגיע למסקנה כי הצלע AB היא תיכון, הלקות יכולה להוביל לכך שיתבלבל ויקשור את התכונה לקטע אחר. הוא עלול למשל להמשיך את התרגיל בפועל בהנחה שהצלע CD היא התיכון. אכן, עולה השאלה האם מדובר במקרה זה במנגנון קוגניטיבי כללי של ביינדינג, כפי ש-Oberauer (2007) הציע (יכולת ביינדינג בתור התפקיד של זיכרון פעיל), או שאולי זהו מנגנון ביינדינג ספיציפי לקישור של ספרות וקטגוריות, כפי שהוצע למשל במודל של קריאת מספרים (קיים מנגנון שאחראי לביינדינג של ספרה לקטגוריה העשרונית שלה) (Friedmann & Dotan, 2018). שתי ההצעות האלו לא עומדות בסתירה אחת לשניה, וייתכן כי יש מנגנוני ביינדינג משני הסוגים.

לאחר זיהוי הליקויות והבנת השלכותיהן, חשוב לבחון אילו מיומנויות פדגוגית יאפשרו התמודדות טובה יותר איתן. זיהוי הליקויים באופן בו הוצגו במחקר הנוכחי, עשוי לעזור - בשלב הבא - לפתח כלים פדגוגיים שמותאמים ללקות ספציפית. ישנם כמה סוגים של כלים שניתן ליישם. ניתן לדוגמה למצוא אסטרטגיה שעוקפת את הליקוי - כלומר למצוא שיטת עבודה אחרת, כך שהילד לא יגיע להזדקק למנגנון הלקוי, ואסטרטגיה שמשפיעה על התהליך הקוגניטיבי. הצעה לאסטרטגיה מסוג זה יכולה להיות עבור תלמידים שיש להם לקות במעבר מ-RDA ל-ALTM. לרוב יהיו להם קשיים באמירת תוצאות הביניים הנכונות, לכן המטרה היא להדגיש איזה אופרנדים צריך להעביר ל-ALTM בכל רגע. שיטה אפשרית שעשויה לעזור בכך היא הבלטת סיומת הקטגוריה באמצעות טון דיבור. למשל בחישוב של 31+45 התלמיד ילמד להדגיש את הסיומות של המילים הרלוונטיות (של**ושים** ועוד ארבע**ים** שווה שב**עים**). באופן זה הוא נותן משקל רב יותר

לקטגוריה העשרונית של כל מילה בתרגיל, וזה עשוי לעזור לו להבחין בין מילים מקטגוריות שונות. יתר על כן, הליקוי שנמצא משפיע על חישוב בעל פה, אך האם הוא משפיע גם על חישוב בכתב? במידה וכן, סימון הרכיבים שצריך לחבר אותם זה עם זה בצבע זהה (כמו: יחידות - צהוב, עשרות - ירוק, מאות - אדום), באופן ידני או בעזרת תוכנה, יכול לעזור לאתר את האופרנדים הנכונים שצריך לחבר זה אל זה.

4.6. השלכות לגבי אבחון לקויות למידה

כיום, האבחון ללקויות למידה מתמטיות הוא רחב מאוד. האבחנה "דיסקלקוליה" מתארת מגוון רחב של קשיים. במסגרת ה-DSM-5, דיסקלקוליה מוגדרת באופן כללי מאוד: "דיסקלקוליה הוא מונח חלופי המשמש להתייחסות לדפוס קשיים המאופיין בבעיות בעיבוד מידע מספרי, עובדות חשבוניות וחישובים מדויקים. אם משתמשים במונח כדי לציין דפוס מסוים זה של קשיים מתמטיים, חשוב לציין גם כל קשיים נוספים שקיימים, כמו קשיים בהיגיון מתמטי או דיוק בהגדרות המילים" (American Psychiatric Association, 2013). גם ארגון הבריאות העולמי הגדיר דיסקלקוליה באופן כללי מאד (במסגרת ה-ICD-10): "דיסקלקוליה היא קושי בלמידה או הבנת חשבון, כמו למשל קושי בהבנת מספרים, בלמידה כיצד לערוך מניפולציות על מספרים ובלמידה של עובדות מתמטיות. בדרך כלל רואים בה הפרעה התפתחותית ספציפית" (World Health Organization, 1992).

מחקרים מסויימים נתנו הגדרות ספיציפיות יותר ללקויות למידה במתמטיקה. כבר לפני כמעט 50 שנה, החוקרים Benson ו-Weir (1972) התייחסו ל-Anarithmetia - הפרעה ספציפית ביכולת הבסיסית לבצע חישובים. בתוך לקויות בחישוב, הבחנה מקובלת היא בין ידע של עובדות יסוד (לוח הכפל, חיבור וחיסור רב ספרתי) לבין ידע אלגוריתמים (Girelli et al., 1996; Rittle-Johnson & Alibali, 1999; Rittle-Johnson & Siegler, 1998; Temple, 1991). ובתוך האלגוריתמים, נעשתה הבחנה בין הידע של האלגוריתם לבין המנגנונים שמאפשרים להריץ אותו בפועל (Goldman & Hasselbring, 1997; Semenza, Miceli & Girelli, 1997).

למיטב ידיעתי, אף מחקר קיים לא המשיך ובדק, באופן מעמיק יותר, את טיבם של המנגנונים שמאפשרים להריץ אלגוריתם חישובי בפועל, והמחקר שלי הוא הראשון שמנסה לזהות תתי-מנגנונים ספציפיים בתוך אותם "מנגנוני ריצה" של תהליך החישוב. באופן לא מפתיע, בתור מחקר חלוץ בתחום זה, שנעשה במסגרת של עבודת תזה, הוא לא הגיע לתשובות סופיות ולאפיון ברור של כל אותם מנגנוני ריצה. ובכל זאת, המחקר שלי הראה ללא ספק שיש דיסוציאציה בתוך אותם מנגנוני הריצה של האלגוריתמים. הוא גם הציע כמה אפשרויות קונקרטיות לגבי מנגנונים ספציפיים כאלה - אפשרויות שמחקרי המשך יוכלו לבחון יותר לעומק. המסקנה המתבקשת מכך היא שכדי לעשות אבחון מדויק צריך להעמיק בסוגי הליקוי יותר ממה שהמחקרים הקיימים כיום מאפשרים. המחקר הנוכחי יכול לסייע בדיוק האבחנה והרחבת קשת הלקויות הספיציפיות שניתן לאבחן, תוך הבנת המקור הקוגניטיבי שלהן.

4.7. סיכום

תהליך החישוב הוא מורכב, ויש משמעות רבה, הן מחקרית והן פדגוגית, להבנה עמוקה יותר של המנגנונים הקוגניטיבים המרכיבים אותו. המחקר הנוכחי מעמיק בתפקידם של המנגנונים הקוגניטיבים ששותפים לתהליך החישוב ומסביר באיזה אופן הם תורמים לו. כמו כן, המחקר שם דגש על הקשר בין המנגנונים הקוגניטיבים והאסטרגיות המועדפות לפתרון תרגיל ומראה את השפעת האסטרטגיה על תהליך החישוב.

חשיבות נוספת של המחקר היא בכך שהוא חלוץ בבניית מתודולוגיה לחקירת ההיבטים הקוגניטיביים של תהליך החישוב. הצעתי כאן מאפיינים ספציפיים של התרגיל, של תהליך החישוב ושל טעויות החישוב, שחשוב להתייחס אליהם כאשר חוקרים את תהליך החישוב. למשל: באיזה שלב התרחשה הטעות, מה היה המיקום העשרוני שלה, מה היה המקור שלה, מאיזה קטגוריה עשרונית החלו לפתור את התרגיל וכמה ספרות היו בזיכרון בזמן הטעות. הגדרתי מגוון סוגים של טעויות, והראיתי איך ההשוואה בין סוגי הטעויות האלה מאפשרת לבדוק את המנגנונים הקוגניטיבים השונים שיוצרים אותן. במהלך העבודה פיתחתי גם כלים טכניים שמסייעים בתהליך ניתוח הטעויות (למשל, ראו נספח ב׳ - עץ החישוב).

המחקר שלי מפנה זרקור לחשיבות ולהשלכות של האסטרטגיה על תהליך החישוב. בכך, מחקר זה עשוי לקדם הטמעה של אסטרטגיות פדגוגיות שמבוססות על מנגנונים קוגניטיביים. ההבנה של המנגנון הקוגניטיבי מאחורי טעויות החישוב עוזרת להתאים מראש בין הקושי או החוזק של התלמיד לבין שיטות הוראה אפשריות. התאמה שכזו עוזרת לעבודה נכונה ויעילה יותר: במקום לנסות את כל האפשרויות בסל האסטרטגיות הקיים, ניתן לקשר את האסטרטגיה הרצויה שצפויה לעזור לתלמיד בהינתן הליקוי הקוגניטיבי הספיציפי. לשם כך נדרש להתבסס על אבחון מדוייק יותר, שמציין את הקשיים של התלמיד בתחומים מוגדרים. אני מקווה שהמחקר שלי יצליח להניע צעד בכיוון הזה.

5. נספחים

נספח א׳

תמונה 1 - תצלום מתוך סרטון הקליידוסקופ

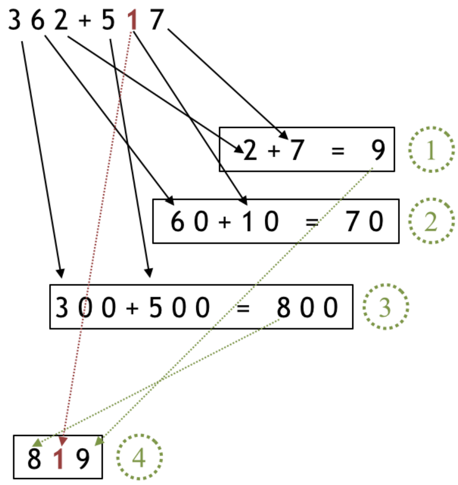
קישור לסרטון

נספח ב׳

מתודולוגית ניתוח הטעויות

המתודולוגיה נועדה לעקוב אחר מהלך התרגיל באופן מסודר לאחר תמלולו. היא מאפשרת לראות את שלבי הפתרון באופן כרונולוגי ובהיר. כמו כן היא מאפשרת לבודד כל טעות, לראות באיזה שלב היא התרחשה ומה המקור שלה.

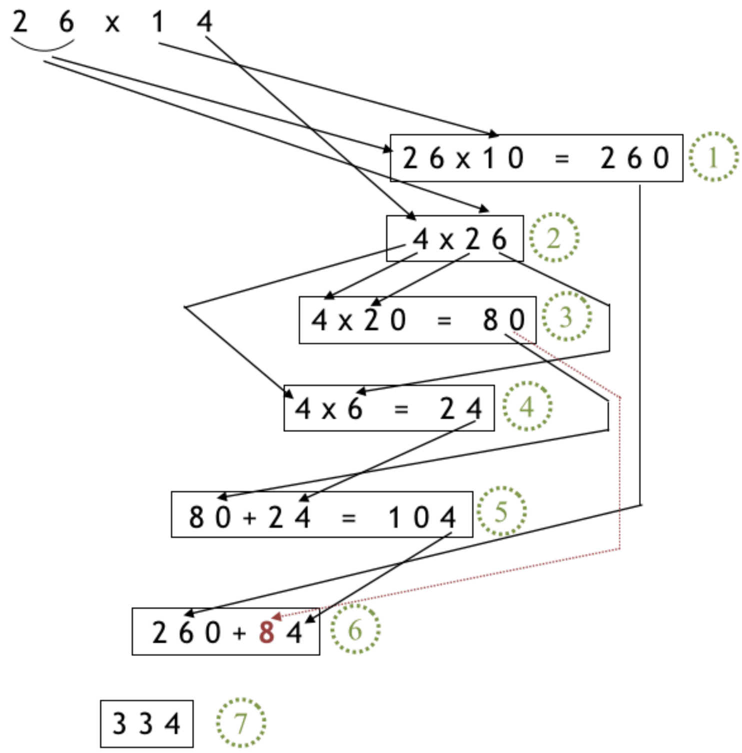
1. עץ חישוב של תרגיל חיבור



״2 ועוד 7 זה 9, 60 ועוד 10 זה 70, 300 ועוד 500 זה 800, וסה״כ מתקבל 819״.

באיור מתואר עץ החישוב של התרגיל. בחלקו העליון מצויינים 2 המחוברים. כל שורה מציינת חישוב של הנבדק: ①חיבור ספרות היחידות 2+7 ותוצאתו 9, ②חיבור ספרות העשרות 60+10 ותוצאתו 70. ③חיבור המאות 300+500 ותוצאתו 800. החיצים בין השלבים מראים מהיכן הגיעו האופרנדים של כל שלב בחישוב. בשורה ④ מתוארת התוצאה הסופית של הנבדק כאשר הוא איחד את כל תוצאות הביניים. הוא אמר נכונה את ספרת המאות 8 וספרת האחדות 9, אך טעה בספרת העשרות ובמקום 7 בחר ב1. הספרה 1 הופיעה באחד המחוברים של התרגיל המקורי - לכן הטעות מוגדרת כך שמקורה הוא מספרות התרגיל והיא אינה רנדומלית. כמו כן, הספרה 1 הופיעה בתרגיל המקורי בתפקיד העשרות וכך גם בטעות, לכן ניתן לומר כי היא משמרת תפקיד עשרוני.

2. עץ חישוב של תרגיל כפל



״26 כפול 10 זה 260. 4 כפול 26 זה 4 כפול 20 ששווה 80 ו4 כפול 6 ששווה 24. 80 ועוד 24 זה 104. סה״כ מתקבל 260 ועוד 84 שהם 334״.

ספרת העשרות 8 מהמחובר הראשון שמרה על תפקידה העשרוני כספרת העשרות למרות שהופיעה שוב בטעות במקום 10 (84 במקום 104). התוצאה הסופית שגויה ומכילה ספרה שהגיעה מאחת מתוצאות הביניים. הספרה השגויה ממוקמת בתוצאה הסופית באותו תפקיד עשרוני של תוצאת הביניים. לכן מדובר בטעות ביניים שומרת תפקיד עשרוני.

נספח ג׳

רשימת התרגילים שכל משתתף פתר

משתתף	חיבור		חיבור מודולו		כפל
SRRG	12+34	315+482	716+813	142+695	
	52+314	261+734	751+931	873+659	
	418+231	734+261	461+391	521+347	
	742+136	651+347	719+814	937+624	
	316+152	756+142	681+371	741+836	
	517+362	823+154	165+174	751+931	
	321+158	423+176	861+731	461+391	
	615+234	513+476	197+148	719+814	
	542+346	513+476	318+617	681+371	
	821+136	143+156	173+186	197+148	
	724+145	437+169	146+193	791+841	
	238+141	341+651	951+781	173+186	
	238+141	685+312	418+917	318+617	
	641+158	541+238	591+871	164+193	
	326+171	143+725	198+175	183+176	
	125+564	213+475	614+275	315+482	
	382+415	351+641	213+746	347+651	
	123+356	671+324	382+415	823+154	
	134+831	461+527	374+512	756+142	
	256+142	314+675	742+156	423+176	
	326+153	153+146	167+138	416+513	
	162+812	513+286	891+741	437+162	
	416+173	231+457	913+715	341+651	
	162+812	132+865	418+917	685+312	
	416+173	614+275	169+175	143+725	
	675+214	314+615	591+871	213+475	

516+413	198+175	416+572	125+743
641+351	716+813	213+746	164+135
513+286	941+631	164+735	624+317
132+865	139+157	647+351	216+743
	917+516	312+485	531+268
			126+853

751+931	751+931	682+315	12+47	ELSK
461+391	641+391	756+142	135+62	
719+816	719+814	823+154	125+564	
681+371	681+371	423+176	325+171	
165+174	165+174	416+513	158+641	
861+731	861+731	143+156	238+141	
197+148	197+148	437+162	145+724	
791+841	791+841	341+651	821+136	
173+186	173+186	341+651	542+346	
318+617	318+617	685+312	615+234	
164+193	164+193	541+238	321+158	
183+176	183+176	143+725	362+517	
819+741	891+741	213+475	152+316	
913+715	913+715	853+126	136+742	
951+781	891+741	832+145	418+231	
418+917	169+175	413+516	146+352	
169+175	591+871	351+641	315+482	
591+871	165+179	671+324	261+734	
198+175	641+751	315+482	651+347	
718+915	716+813	651+347	413+516	
941+631	981+751	261+764	153+146	
	139+157	132+865	231+457	
		314+615	423+176	
		213+746	416+513	
		382+415	143+156	
		153+826	437+162	

742+156	685+312
312+574	541+238
824+153	143+725
614+375	213+475
246+713	832+145
243+716	516+283

142+95	751+931	315+482	418+231	DLTN
873+51	681+371	651+347	23+5	
763+28	165+170	682+315	14+7	
369+25	861+730	756+142	36+12	
937+24	197+108	823+154	123+54	
	790+841	423+176	49+143	
		143+150	41+836	
		407+162	721+38	
		341+650	625+73	
		685+302	158+41	
		541+208	821+36	
		103+725	238+41	
		126+53	542+36	
		802+145	321+58	
		350+641	62+517	
		601+374	152+37	
		657+41	146+352	
		243+16	27+461	
		305+482	304+675	
		261+704	103+146	
		651+347	510+286	
		142+756	231+450	
		601+347	32+865	
		823+150	614+270	
		176+403	304+615	
		416+510	410+572	

140+156	704+231
605+315	702+156
501+238	103+826
103+725	610+374
213+75	402+137
26+853	824+150
413+16	315+604
671+24	431+650
713+46	802+165
	604+375

951+781	751+931	143+156	146+352	
649+143	461+391	315+482	362+517	LBMM
741+836	719+814	261+734	152+316	
129+438	681+814	651+347	146+352	
937+624	165+174	682+315	418+231	
937+624	861+731	756+142	136+742	
521+347	197+148	823+154	21+14	
763+268	791+841	423+176	72+15	
183+176	173+186	123+356	46+25	
891+741	318+617	416+513	63+18	
913+715	164+193	476+513	103+26	
		132+762	271+25	
		153+134	237+151	
		362+135	125+564	
		247+142	325+171	
		153+821	158+641	
		437+162	238+141	
		341+651	145+724	
		685+312	821+136	
		541+238	542+346	
		143+725	615+234	
		213+475	321+158	

853+126	362+517
413+516	152+316
675+214	136+742
125+743	418+231
164+135	548+231
624+371	657+341
624+371	621+374
216+743	243+716
215+743	614+375
531+268	832+165
164+735	312+574
647+351	752+146
165+734	462+137
153+746	615+374
126+853	153+826
312+485	742+156
135+862	764+231
516+283	372+514
512+374	374+615

8*47	19*17	35+17	913+715	125+564	243+16	MRLK
96*3	34*7	16+87	418+917	326+171	125+564	
4*73	9*24	129+438	591+871	158+641	326+178	
		624+37	315+482	238+141	131+24	
		602+79	261+734	145+724	243+16	
		506+349	682+315	821+136	158+641	
		145+608	165+174	542+346	238+141	
		803+659	861+731	615+234	145+724	
		751+931	197+148	301+674	131+24	
		461+391	791+841	506+412	345+21	
		719+814	173+186	321+158	741+32	
		681+371	318+617	362+517	235+61	

152+316	417+52
152+316	361+24
418+231	572+14
357+12	613+45
732+41	721+45
315+482	328+61
261+734	724+163
651+347	254+17
682+315	316+52
756+142	823+65
823+154	153+146
423+176	513+286
513+476	231+457
143+156	132+865
437+162	614+275
685+312	314+615
541+283	416+572
143+725	213+746
213+475	382+415
853+126	412+576
145+832	374+512
413+516	764+213
351+641	156+742
671+324	153+826
461+527	615+374
314+675	431+561
621+374	832+165
548+231	746+152
516+283	165+734
135+862	215+473
312+485	624+371
	126+853

23*7	23*6	751+931	61+93	34+61	125+564	YRYR
11*3	48*5	165+174	23+48	53+48	13+62	
12*5	53*4	461+391	52+67	125+564	42+51	
19*6	64*9	719+814	25+78	14+17	12+35	
37*4	32*25	861+731	105+367	23+49	61+23	
58*9	19*17	164+193	521+803	35+42	158+41	
13*17	47*8	461+391	369+125	26+58	125+64	
26*14	12*78	751+931	763+268	83+8	238+141	
13*5	23*26	719+814	659+873	42+5	145+724	
24*9	4*73	681+371	418+917	54+8	821+136	
36*9	34*7	165+174	169+175	69+8	542+346	
		261+731	591+871	53+24	265+403	
		791+841	716+813	152+640	803+124	
		173+186	941+631	341+206	192+506	
		318+617	165+179	472+501	471+208	
		164+193	641+751	205+371	650+134	
		913+715	183+176	131+24	731+250	
			891+741	243+16	315+482	
				823+104	261+734	
				423+76	651+347	
				123+356	680+315	
				763+132	756+140	
				315+482	137+512	
				261+734	231+475	
				347+651	853+126	
				756+142	145+832	
				823+154	413+516	
				423+176	351+641	
				416+513	671+324	
				513+476	461+527	
				143+156	314+675	
				651+341	153+146	
				437+162	314+675	

341+651	153+146
541+238	513+286
824+153	742+156
832+165	231+457
752+146	132+865
462+137	416+572
431+561	213+746
153+826	382+415
	382+415

13*14	41*6	649+143	238+141	125+564	MYRZ
26*15	53*8	129+438	326+171	326+178	
35*4	62*4		615+234	136+742	
41*6	3*12		821+136	418+231	
	24*5		724+145	136+742	
			641+158	362+517	
				615+234	

נספח ד׳

טבלה 7. אחוזי הטעויות מכל סוג בניסוי 1, בנפרד עבור כל אחד משלושת סוגי התרגילים

משתתף	פעולה	מס' פריטים	% טעויות	% טעויות החלפה	טעויות שיכול %	טעויות שיוך %	טעויות % השמטה
MRLK	חיבור	87	63%	56%	2%	0%	2%
	מודולו 10	24	63%	58%	8%	0%	4%
	כפל	6	83%	83%	0%	0%	0%
	סה"כ	117	64%	58%	3%	0%	3%
SRRG	חיבור	42	62%	52%	7%	7%	0%
	מודולו 10	30	73%	63%	7%	0%	0%
	כפל	0	0%	0%	0%	0%	0%
	סה"כ	72	67%	57%	7%	4%	0%
ELSK	חיבור	51	53%	41%	4%	2%	6%
	מודולו 10	39	67%	59%	0%	0%	8%
	כפל	0	0%	0%	0%	0%	0%
	סה"כ	90	59%	49%	2%	1%	7%
DLTN	חיבור	49	53%	47%	4%	6%	8%
	מודולו 10	11	82%	73%	0%	9%	36%
	כפל	0	0%	0%	0%	0%	0%
	סה"כ	60	58%	52%	3%	7%	13%
LBMM	חיבור	70	63%	59%	1%	0%	14%
	מודולו 10	22	50%	41%	9%	0%	9%
	כפל	0	0%	0%	0%	0%	0%
	סה"כ	92	60%	54%	3%	0%	13%
YRYR	חיבור	21	10%	10%	0%	0%	0%
	מודולו 10	10	60%	40%	20%	0%	0%
	כפל	19	26%	16%	0%	0%	11%
	סה"כ	50	26%	18%	4%	0%	4%
MYRZ							
	חיבור	7	57%	57%	0%	0%	0%
	מודולו 10	0	0%	0%	0%	0%	0%
	כפל	6	50%	50%	0%	0%	0%
	סה"כ	13	54%	54%	0%	0%	0%

* כל האחוזים חושבו מתוך מספר התרגילים הכולל.

נספח ה׳

רשימת עובדות היסוד שהמשתתפים פתרו

5 + 3 = 8
8 + 0 = 8
20 - 20 = 0
3 x 4 = 12
7 x 9 = 63
4 + 7 = 11
7 x 7 = 49
5 + 4 = 9
3 + 2 = 5
17 : 1 = 17
8 + 7 = 15
9 : 3 = 3
14 - 6 = 8
6 x 5 = 30
1 + 6 = 7
4 x 5 = 20
6 x 8 = 48
6 + 6 = 12
2 + 5 = 7
0 + 6 = 6
1 x 6 = 6
6 x 3 = 18
2 + 9 = 11

7 - 0 = 7
9 : 9 = 1
8 - 5 = 3
4 x 9 = 36
9 - 3 = 6
2 + 4 = 6
3 + 6 = 9
7 x 4 = 28
4 + 1 = 5
9 - 6 = 3
12 - 4 = 8
1 x 0 = 0
8 x 1 = 8
4 + 3 = 7
5 x 5 = 25
10 - 4 = 6
15 : 5 = 3
5 - 3 = 2
6 - 6 = 0
0 x 2 = 0
4 : 1 = 4
3 - 0 = 3

6. רשימה ביבליוגרפית

Adams, J. W., & Hitch, G. J. (1998). Children's mental arithmetic and working memory. *The development of mathematical skills*, 153-173.

Ablinger, I., Weniger, D., & Willmes, K. (2006). Treating number transcoding difficulties in a chronic aphasic patient. *Aphasiology, 20*(1), 37–58.

American Psychiatric Association. (2013). Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders: DSM-5 (5th ed.). Washington DC: American Psychiatric Press.

Andersson, U. (2008). Mathematical competencies in children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology, 100*(1), 48–66.

Andersson, U., & Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: A general or specific deficit?. *Journal of experimental child psychology*, *96*(3), 197-228.

Baddeley, A. (2010). Working memory. *Current biology*, *20*(4), R136-R140.

Baddeley, A. D., & Hitch, G. J. (1994). Developments in the concept of working memory. *Neuropsychology, 8*(4), 485–493.

Baddeley, A. D., Hitch, G., & Bower, G. H. (1974). The psychology of learning and motivation.

Baddeley, A. D., & Logie, R. H. (1999). Working memory: The multiple-component model. In A. Miyake & P. Shah (Eds.), *Models of working memory: Mechanisms of active maintenance and executive control* (p. 28–61). Cambridge University Press

Benson, D. F., & Weir, W. F. (1972). Acalculia: acquired anarithmetia. *Cortex*, *8*(4), 465-472.

Berg, D. H. (2008). Working memory and arithmetic calculation in children: The contributory roles of processing speed, short-term memory, and reading. *Journal of experimental child psychology*, *99*(4), 288-308.

Biran, M., & Fisher, S. (2014). Structured treatment can improve predicate argument structure impairment. *Aphasiology, 29*(1), 29–56.

Brunsdon, R., Coltheart, M., & Nickels, L. (2005). Treatment of irregular word spelling in developmental surface dysgraphia. *Cognitive Neuropsychology, 22*(2), 213–251.

Cappelletti, M., Butterworth, B., & Kopelman, M. (2001). Spared numerical abilities in a case of semantic dementia. *Neuropsychologia, 39*(11), 1224–1239.

Cappelletti, M., Kopelman, M. D., Morton, J., & Butterworth, B. (2005). Dissociations in numerical abilities revealed by progressive cognitive decline in a patient with semantic dementia. *Cognitive Neuropsychology*, *22*(7), 771-793.

Caramazza, A., & McCloskey, M. (1987). Dissociations of calculation processes.

Cowan, N. (2008). What are the differences between long-term, short-term, and working memory?. *Progress in brain research*, *169*, 323-338.

Deloche, G., Ferrand, I., Naud, E., Baeta, E., Vendrell, J., & Claros-Salinas, D. (1992). Differential effects of covert and overt training of the syntactical component of verbal number processing and generalisations to other tasks: A single-case study. *Neuropsychological Rehabilitation, 2*(4), 257–281.

DeStefano, D., & LeFevre, J. A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, *16*(3), 353-386.

De Lange, J. (1996). Using and Applying Mathematics in Education. International Handbook of Mathematics Education.

Domahs, F., Lochy, A., Eibl, G., & Delazer, M. (2004). Adding colour to multiplication: Rehabilitation of arithmetic fact retrieval in a case of traumatic brain injury. *Neuropsychological Rehabilitation, 14(*3), 303–328.

Dotan, D., & Friedmann, N. (2018). A cognitive model for multidigit number reading: Inferences from individuals with selective impairments. *Cortex*, *101*, 249-281.

Dotan, D., & Friedmann, N. (2019). Reducing Interference Improves the Memorization of Multiplication Facts in Case of Hypersensitivity to Interference. *Journal of Numerical Cognition*, *5*(3), 400-430.

Frick, R.W. Using both an auditory and a visual short-term store to increase digit span. *Memory & Cognition 12*, 507–514 (1984).

Friedmann, N., & Rahamim, E. (2014). What can reduce letter migrations in letter position dyslexia? *Journal of Research in Reading, 37*(3), 297–315.

Galuschka, K., Ise, E., Krick, K., & Schulte-Körne, G. (2014). Effectiveness of treatment approaches for children and adolescents with reading disabilities: a meta-analysis of randomized controlled trials. *PloS one, 9*(2), e89900.

Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Knight, C., & Stegmann, Z. (2004). Working memory skills and educational attainment: Evidence from national curriculum assessments at 7 and 14 years of age. *Applied Cognitive Psychology: The Official Journal of the Society for Applied Research in Memory and Cognition*, *18*(1), 1-16.

Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of experimental child psychology*, *88*(2), 121-151.

Gerber, M., Semmel, D., & Semmel, M. (1994). Computer-based dynamic assessment of multidigit multiplication. *Exceptional Children, 61,* 114-125.

Goldman, S. R., & Hasselbring, T. S. (1997). Achieving meaningful mathematics literacy for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, *30*(2), 198-208.

Goldman, S. R., Pellegrino, J. W., & Mertz, D. L. (1988). Extended practice of basic addition facts: Strategy changes in learning disabled students. *Cognition and Instruction, 5,* 223-265.

Girelli, L., Delazer, M., Semenza, C., & Denes, G. (1996). The representation of arithmetical facts: evidence from two rehabilitation studies. *Cortex, 32*(1), 49–66.

Gonzalez, J. E. J., & Espinel, A. I. G. (2002). Strategy choice in solving arithmetic word problems: Are there differences between students with learning disabilities, GV poor performance and typical achievement students?. *Learning Disability Quarterly*, *25*(2), 113-122.

Hagoort, P. (2003). How the brain solves the binding problem for language: a neurocomputational model of syntactic processing. *Neuroimage*, *20*, S18-S29.

Hagoort, P., Brown, C. M., & Osterhout, L. (1999). The neurocognition of syntactic processing. *The neurocognition of language*, 273-316.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, *2*, 1-27.

Hittmair-Delazer, M., Sailer, U., & Benke, T. (1995). Impaired arithmetic facts but intact conceptual knowledge a single—case study of dyscalculia. *Cortex*, *31*(1), 139-147.

Holmes, W., & Dowker, A. (2013). Catch up numeracy: a targeted intervention for children who are low-attaining in mathematics. *Research in Mathematics Education*, *15*(3), 249-265.

Hopkins, S., & Egeberg, H. (2009). Retrieval of simple addition facts: Complexities involved in addressing a commonly identified mathematical learning difficulty. *Journal of learning disabilities*, *42*(3), 215-229.

Hoyles, C., Wolf, A., Molyneux-Hodgson, S., & Kent, P. (2002). Mathematical skills in the workplace: final report to the Science Technology and Mathematics Council.

Jaspers, M. W., & van Lieshout, E. C. (1994). Diagnosing wrong answers of children with learning disorders solving arithmetic word problems. *Computers in human behavior*, *10*(1), 7-19.

Karagiannakis, G., Baccaglini-Frank, A., & Papadatos, Y. (2014). Mathematical learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in human neuroscience*, *8*, 57.

Levy, H., & Friedmann, N. (2009). Treatment of syntactic movement in syntactic SLI: A case study. *First Language, 29*(1), 15–49.

Lemaire, P., & Lecacheur, M. (2011). Age-related changes in children's executive functions and strategy selection: A study in computational estimation. *Cognitive Development*, *26*(3), 282-294.

Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, *124*(1), 83.

Lorusso, M. L., Facoetti, A., & Bakker, D. J. (2011). Neuropsychological treatment of dyslexia: Does type of treatment matter?. *Journal of learning disabilities*, *44*(2), 136-149.

Luzzatti, C., Colombo, C., Frustaci, M., & Vitolo, F. (2000). Rehabilitation of spelling along the sub-word-level routine. *Neuropsychological Rehabilitation, 10*(3), 249–278.

Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia). *Child development*, *82*(4), 1224-1237.

McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain and cognition*, *4*(2), 171-196.

McCloskey, M., Sokol, S. M., & Goodman, R. A. (1986). Cognitive processes in verbal-number production: Inferences from the performance of brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: General*, *115*(4), 307.

McLean, J. F., & Hitch, G. J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of experimental child psychology*, *74*(3), 240-260.

Naglieri, J. A., & Johnson, D. (2000). Effectiveness of a cognitive strategy intervention in improving arithmetic computation based on the PASS theory. *Journal of learning disabilities*, *33*(6), 591-597.

Oberauer, K. (2002). Access to information in working memory: exploring the focus of attention. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *28*(3), 411.

Oberauer, K. (2007). Activation, binding, and selective access. An embedded three-component framework for working memory. *The cognitive neuroscience of working memory*, 351-368.

Passolunghi, M. C., & Siegel, L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of experimental child psychology*, *88*(4), 348-367.

Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology, 108*(4), 455-473.

Pinheiro-Chagas, P., Dotan, D., Piazza, M., & Dehaene, S. (2017). Finger tracking reveals the covert stages of mental arithmetic. *Open Mind*, *1*(1), 30-41.

Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other?. *Journal of educational psychology*, *91*(1), 175.

Rittle-Johnson, B., & Siegler, R. S. (1998). The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics: A review.

Semenza, C., Miceli, L., & Girelli, L. (1997). A deficit for arithmetical procedures: Lack of knowledge or lack of monitoring?. *Cortex*, *33*(3), 483-498.

Shalev, R. S., & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia. *Pediatric neurology*, *24*(5), 337-342.

Siegler, R. S., & Pyke, A. A. (2013). Developmental and individual differences in understanding of fractions. *Developmental psychology*, *49*(10), 1994.

Siegler, R. S., Thompson, C. A., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive psychology*, *62*(4), 273-296.

Sokol, S. M., & McCloskey, M. (1991). Cognitive mechanisms in calculation. *Complex problem solving: Principles and mechanisms*, 85-116.

Speiser, R., Schneps, M. H., Heffner-Wong, A., Miller, J. L., & Sonnert, G. (2012). Why is paper-and-pencil multiplication difficult for many people? *The Journal of Mathematical Behavior, 31*(4), 463–475.

Stech, S. (2008). School mathematics as a developmental activity. In *New directions for situated cognition in mathematics education* (pp. 13-30). Springer, Boston, MA.

Sullivan, K. S. (1996). Remediation of Arabic numeral processing in a case of developmental dyscalculia. *Neuropsychological Rehabilitation, 6*(1), 27–54.

Swanson, H. L. (2014). Does cognitive strategy training on word problems compensate for working memory capacity in children with math difficulties?. *Journal of Educational Psychology*, *106*(3), 831.

Swanson, H. L., & Beebe-Frankenberger, M. (2004). The relationship between working memory and mathematical problem solving in children at risk and not at risk for serious math difficulties. *Journal of Educational Psychology*, *96*(3), 471.

Swanson, L., & Kim, K. (2007). Working memory, short-term memory, and naming speed as predictors of children's mathematical performance. *Intelligence*, *35*(2), 151-168.

Temple, C. M. (1991). Procedural dyscalculia and number fact dyscalculia: Double dissociation in developmental dyscalculia. *Cognitive neuropsychology*, *8*(2), 155-176.

Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2013). Efficient and flexible strategy use on multi-digit sums: A choice/no-choice study. *Research in Mathematics Education*, *15*(2), 129-140.

Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2004). Strategic aspects of simple addition and subtraction: The influence of mathematical ability. *Learning and Instruction*, *14*(2), 177-195.

Treisman, A. M., & Gelade, G. (1980). A feature-integration theory of attention. *Cognitive psychology*, *12*(1), 97-136.

Tulving, E. (1985). Elements of episodic memory.

Viterbori, P., Usai, M. C., Traverso, L., & De Franchis, V. (2015). How preschool executive functioning predicts several aspects of math achievement in Grades 1 and 3: A longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, *140*, 38-55.

Walker, J. (2014). Dyslexia: Causes, Performance Differences, and Treatment. *Angelo State University Social Sciences Research Journal*, *1*(2).

Wilson, A. J., Revkin, S. K., Cohen, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2006). An open trial assessment of “The Number Race”, an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions, 2*(1), 20.

World Health Organization. (1992). *International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems, 10th Revision (ICD-10).* Geneva: WHO.

Tel Aviv University
The Gershon H. Gordon Faculty of Social Sciences
The school of Psychological Sciences

How do we perform arithmetic procedures, and why is it hard for some of us?

The paper was submitted as the thesis for M.A. degree by

Shira Shanny

The study was carried out under the supervision of

Dr. Dror Dotan

Date: March 2020

Abstract

One of the key skills in mathematics is the ability to perform verbal calculations, including those that require several steps. An example of which is adding or multiplying multiple digit numbers. It is known that specific cognitive mechanisms such as active memory play a role in these tasks. However, we do not yet understand the mechanisms that enable the same "mental execution" of a computational algorithm, nor do we understand how specific cognitive impairments of these mechanisms are expressed. Moreover, whether and how specific strategies can help mental computation for people with cognitive impairments is unknown.
The current study seeks to expand knowledge on these issues. I have tested and analyzed the performance of 7 participants with difficulties in calculating with memory tasks and multi-digit calculation exercises. During which, specific patterns of errors were identified that may indicate the cognitive source behind the difficulty. In addition, I have also examined the usage of different solving strategies on their calculation capabilities.

Three key findings arose upon analyzing the errors in the calculation exercises. First, 6 participants tended to make less mistakes while they were saying the operands for calculating the intermediate results, and more mistakes while merging the intermediate results into the final result. This dissociation suggests the existence of two separate sub-processes in working memory. One of which is defective and is the source of difficulty of these participants. I propose these two processes are working memory sub-types, or two separate processes of transferring information between elements in memory.
Secondly, I found that although most of the participants had a distinct tendency to make mistakes that keep a decimal category, one participant made many mistakes that change this category, even when using a strategy planned to help avoid this error. I have deduced, there is a specific mechanism, which links the digit with its decimal category, and this participant has an impairment in this mechanism.
The last finding was about the origin of the “leaking” of a mistake: most of the participants had many leakings from the operands digits, but one participant didn’t show this pattern and had fewer errors than other participants. The reason that this participant made less mistakes was that she used an effective strategy utilizing more working memory resources and increasing memory capacity. While all participants likely used only phonological memory, this participant visualised exercises, and thus managed to gather more memory resources. When preventing her from using this strategy, the number of mistakes increased, and her pattern of errors became similar to that of the other participants. In general, these three findings altogether suggest that computational ability is influenced by cognitive mechanisms:

the normal functioning of the sub-processes in working memory and the binding mechanism. Furthermore, that choosing an effective strategy that uses the memory resources more efficiently has the capacity to affect one's calculation ability.

This study also demonstrates that specific mathematical abilities such as multi-digit computation require a variety of cognitive abilities, and may be influenced in several ways by a variety of disabilities. Given the broad definition of dyscalculia today, which doesn't differentiate between different types of mathematical difficulties, the current study highlights the importance in specificity of proper diagnosis. The computational process is complex and through investigation we have the capacity to begin to understand more about impairments in cognitive mechanisms associated with mathematics, and of the interaction between solving strategies and their affect on the function of a variety of cognitive mechanisms.